

SPAZIO E FIGURE

Scuola primaria

Dal rapporto tecnico SNV 2015

... “La valutazione delle conoscenze nell’ambito della Matematica parte, oltre che dalla coerenza con i curricula nazionali, dall’esplicitazione della definizione della Matematica, qui intesa come **conoscenza concettuale che deriva dall’interiorizzazione dell’esperienza e dalla riflessione critica.**

Un concetto della disciplina, quindi, poco legata all’addestramento meccanico e all’apprendimento mnemonico, ma piuttosto a processi di razionalizzazione della realtà, fino ad arrivare nel II ciclo di istruzione all’acquisizione completa della capacità nell’usare modelli matematici di pensiero e di rappresentazione grafica e simbolica.” ...

CHE COSA SIGNIFICA INSEGNARE LA GEOMETRIA

????????????????????????????????

Il legame con la realtà e l'esperienza

- Una lunga tradizione ci tramanda una geometria come scienza saldamente radicata nell'esperienza, che da tale legame trae il senso di certezza e la garanzia della propria coerenza.
- Da un *punto di vista teorico* il rapporto tra geometria e realtà è stato risolto, in quanto la moderna visione della geometria l'ha resa una teoria assiomatica; dal *punto di vista didattico* però esso resta ancora un problema centrale e lontano dall'avere risposte soddisfacenti.

Geometria e ragionamento spaziale

Per *ragionamento spaziale* si intende l'insieme dei processi cognitivi attraverso i quali vengono costruite ed elaborate ***rappresentazioni /concettualizzazioni*** di oggetti spaziali, di relazioni e di trasformazioni tra essi. Chiaramente, geometria e ragionamento spaziale sono legati strettamente.

Spatial cognition

Il legame stretto tra geometria e conoscenze spaziali (***spatial cognition***) porta a confonderle, e tale confusione porta a sottovalutare certe differenze che invece sono fondamentali da un punto di vista didattico.

Anche se si è concordi sul fatto che geometria e ragionamento spaziale siano legati, in generale c'è la tendenza a non distinguere questi due campi della conoscenza, e di solito l'acquisizione di concetti geometrici viene assimilata alla concettualizzazione dello spazio fisico.

(Mariotti, 2003)

Come utilizzare tutto ciò dal punto di vista dell'insegnamento?

Si può parlare di:

geometria naturale: intimamente legata alla realtà e alla percezione immediata di essa (la geometria ***intuitiva***). Verifiche sperimentali e spiegazioni non sono escluse, ma si riferiscono direttamente agli oggetti materiali attraverso i sensi (percezione), eventualmente potenziati dagli strumenti, in particolare di misura. Si ha un continuo scambio tra realtà e modello geometrico, il legame stretto con la realtà garantisce la verità delle affermazioni.

La geometria *deduttiva naturale*

La validazione degli enunciati si basa su schemi ipotetico deduttivi, come in una teoria assiomatica.

Gli assiomi sono il più possibile vicini all'intuizione che si è soliti avere dello spazio che ci circonda e il sistema assiomatico non è completo, in quanto non sono esplicitate ad esempio le regole di deduzione.

In ogni caso, si afferma la necessità delle deduzioni per poter affermare la “verità” di nuove affermazioni

La teoria di Van Hiele

Van Hiele ha proposto un ***modello evolutivo dell'apprendimento della geometria*** nel quale i due punti di vista vengono combinati . Da un lato la geometria come concettualizzazione dello spazio, dall'altro la geometria come teoria formale, e le differenze sono proiettate su una dimensione evolutiva. I diversi livelli progrediscono in termini di una concettualizzazione che si confonde con una formalizzazione via via più rigorosa e strutturata: ***oggetti, relazioni e sistemi di relazioni***. Il livello ultimo dello sviluppo consisterà appunto nella capacità di muoversi all'interno di un sistema ipotetico deduttivo, ovvero all'interno di una teoria assiomatica.

La geometria *assiomatica*

Viene tagliato il legame tra la realtà e gli assiomi, che non devono necessariamente basarsi sull'esperienza sensibile. Il sistema di assiomi è completo e indipendente dalle possibili applicazioni del mondo reale: esso si basa sulla sua coerenza, cioè sulla mancanza di contraddizioni.

Le indicazioni nazionali

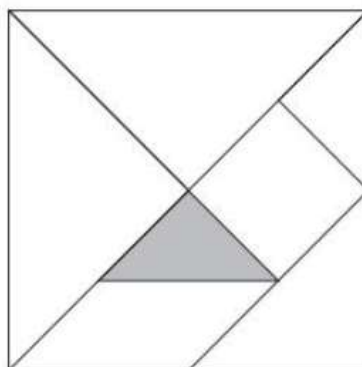
Le indicazioni nazionali seguono questi schemi teorici, e ci propongono un quadro di competenze e obiettivi, per la geometria, che si evolvono secondo i livelli evidenziati, attraverso i vari livelli scolari

INDICAZIONI NAZIONALI MATEMATICA			
AMBITI	classe terza della scuola primaria	classe quinta della scuola primaria	classe terza della scuola secondaria di primo grado
Spazio figure	<p>Percepire la propria posizione nello spazio e stimare distanze e volumi a partire dal proprio corpo.</p> <p>Comunicare la posizione di oggetti nello spazio fisico, sia rispetto al soggetto, sia rispetto ad altre persone o oggetti, usando termini adeguati (sopra/sotto, davanti/dietro, destra/sinistra, dentro/fuori).</p> <p>Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno, descrivere un percorso che si sta facendo e dare le istruzioni a qualcuno perché compia un percorso desiderato.</p> <p>Riconoscere, denominare e descrivere figure geometriche.</p> <p>Disegnare figure geometriche e costruire modelli materiali anche nello spazio</p>	<p>Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie, anche al fine di farle riprodurre da altri.</p> <p>Riprodurre una figura in base a una descrizione, utilizzando gli strumenti opportuni (carta a quadretti, riga e compasso, squadre, software di geometria).</p> <p>Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti.</p> <p>Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione.</p> <p>Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.</p> <p>Confrontare e misurare angoli utilizzando proprietà e strumenti.</p> <p>Utilizzare e distinguere fra loro i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità, parallelismo.</p> <p>Riprodurre in scala una figura assegnata (utilizzando, ad esempio, la carta a quadretti).</p> <p>Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti.</p> <p>Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule.</p> <p>Riconoscere rappresentazioni piane di oggetti tridimensionali, identificare punti di vista diversi di uno stesso oggetto (dall'alto, di fronte, ecc.).</p>	<p>Riprodurre figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria).</p> <p>Rappresentare punti, segmenti e figure sul piano cartesiano.</p> <p>Conoscere definizioni e proprietà (angoli, assi di simmetria, diagonali, ...) delle principali figure piane (triangoli, quadrilateri, poligoni regolari, cerchio).</p> <p>Descrivere figure complesse e costruzioni geometriche al fine di comunicarle ad altri.</p> <p>Riprodurre figure e disegni geometrici in base a una descrizione e codificazione fatta da altri.</p> <p>Riconoscere figure piane simili in vari contesti e riprodurre in scala una figura assegnata.</p> <p>Conoscere il Teorema di Pitagora e le sue applicazioni in matematica e in situazioni concrete.</p> <p>Determinare l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli, o utilizzando le più comuni formule.</p> <p>Stimare per difetto e per eccesso l'area di una figura delimitata anche da linee curve.</p> <p>Conoscere il numero π, e alcuni modi per approssimarlo.</p> <p>Calcolare l'area del cerchio e la lunghezza della circonferenza, conoscendo il raggio, e viceversa.</p> <p>Conoscere e utilizzare le principali trasformazioni geometriche e i loro invarianti.</p> <p>Rappresentare oggetti e figure tridimensionali in vario modo tramite disegni sul piano.</p> <p>Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali.</p> <p>Calcolare l'area e il volume delle figure solide più comuni e darne stime di oggetti della vita quotidiana.</p> <p>Risolvere problemi utilizzando le proprietà geometriche delle figure.</p>

Inquadramento di un item

In figura è rappresentato il gioco del Tangram con i pezzi che lo compongono.

**Livello 8 D25
(2013)**



A quale frazione dell'area del Tangram corrisponde il pezzo colorato in grigio?

- A. ☐ Un settimo
- B. ☐ Un ottavo
- C. ☐ Un quindicesimo
- D. ☐ Un sedicesimo

Caratteristiche	Descrizione e commento																
AMBITO PREVALENTE Numeri SCOPO DELLA DOMANDA Saper scomporre una figura in parti equivalenti ed esprimere la parte individuata come rapporto. PROCESSO PREVALENTE Riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni, utilizzare strumenti di misura, misurare grandezze, stimare misure di grandezze Indicazioni nazionali <i>Utilizzare il concetto di rapporto tra numeri o misure ed esprimerlo sia nella forma decimale, sia mediante frazione.</i> RISULTATI DEL CAMPIONE <table><tr><th rowspan="2">Item</th><th rowspan="2">Manc Risp</th><th colspan="4">Opzioni</th></tr><tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr><tr><td>D25</td><td>3,4</td><td>35,3</td><td>8,0</td><td>11,3</td><td>42,0</td></tr></table> Macro processo: Utilizzare	Item	Manc Risp	Opzioni				A	B	C	D	D25	3,4	35,3	8,0	11,3	42,0	BLOCCO A Risposta corretta: D Per rispondere al quesito è necessario scomporre la figura in triangoli equivalenti a quello colorato in grigio, anche solo per metà del Tangram, e vedere che l'intera figura può essere scomposta in 16 (8x2) triangoli equivalenti. L'opzione A corrisponde al conteggio di tutti i pezzi del Tangram senza tener conto dell'equivalenza fra le parti, mentre l'opzione C corrisponde al conteggio di tutti i triangoli equivalenti a quello grigio, che però non viene considerato nel conteggio. L'errore quindi non è sul concetto di equivalenza fra le parti come nel caso precedente, ma nel significato di rapporto fra la parte e il tutto. L'opzione B corrisponde a chi considera solo metà del Tangram.
Item			Manc Risp	Opzioni													
	A	B		C	D												
D25	3,4	35,3	8,0	11,3	42,0												

Dallo spazio alle figure

1.dallo spazio del bambino allo spazio della geometria:

Il percorso psicologico riconosce nello sviluppo intellettuale del bambino, riguardo allo spazio, un primo livello, che viene detto spazio "*percettivo*", caratteristico della fase senso-motoria, che comprende la sua capacità di percepirne gli aspetti più vicini a sé e la capacità di movimento all'interno dello spazio.

Come si evolve lo *spazio*

La scuola francese distingue tre livelli di esperienza spaziale:

- il *microspazio*, fino a metà dell'altezza del soggetto
- il *macrospazio*, da metà a cinque volte (entro una stanza)
- il *macrospazio*, oltre.

Lo spazio rappresentativo

Lo *spazio rappresentativo* comporta la rappresentazione mentale di figure, di situazioni spaziali, e la capacità di riprodurle (per esempio mediante disegni), tendenzialmente anche in assenza dell'oggetto al quale si riferisce.

Ciò rappresenta il raggiungimento della *fase intuitiva*.

Figural concepts

Riguardo allo spazio è estremamente importante il rapporto corretto che deve formarsi tra *concetti* astratti della geometria e *immagini mentali*.

L'interazione con il linguaggio

- I concetti geometrici necessitano di opportune parole, anche una trattazione elementare necessita di un lessico specifico.
- *Parlare di situazioni spaziali e descriverle verbalmente* è quindi un momento fondamentale nello sviluppo della spazialità e della geometria.
- In questo caso, in particolare, l'attività linguistica è importante, in quanto le situazioni spaziali sono molto più ricche del linguaggio con il quale cerchiamo di esprimerle. Sono proprio le difficoltà intrinseche alla verbalizzazione di fatti spaziali ad esaltarne il valore conoscitivo e didattico.

Da dove cominciare...

Nelle sue prime esperienze scolastiche il bambino dovrebbe porre le basi per la sua conoscenza dello spazio e dei concetti geometrici relativi ad esso, attraverso percorsi che, partendo dalla propria esperienza diretta e percettiva, puntino a condurlo alla rappresentazione di oggetti nello spazio, alla descrizione delle loro posizioni e dei loro spostamenti nello spazio. In questo modo comincia a costruirsi nella sua mente una rete concettuale, quella delle relazioni spaziali.

Micro-spazio

è il teatro della manipolazione di oggetti piccoli:

- gli spostamenti di soggetto e oggetti sono molto semplici e intuitivi
- l'oggetto è conosciuto in sé
- è *omogeneo* , nessun angolo, nessuna lunghezza, nessuno “spazio” tra gli oggetti
- le lunghezze si confrontano per sovrapposizione
-

Il meso-spazio (dim. 3)

- lo spazio dello spostamento degli oggetti in un dominio controllabile con la vista. Oggetti di dimensione fissata tra 0,50 e 50 volte quella del soggetto
- C'è un sistema di riferimento rispetto al quale l'allievo si muove
- Necessita di “incollamenti tra micro-spazi:
- Non è omogeneo né isotropo

Esempio di esercizio: l'armadio passa per le scale?

Il macro-spazio (dim.2)

- ✓ spazio “*granulare*”
- ✓ Necessità di una rappresentazione implicita rispetto a sistemi di riferimento
- ✓ Misure di lunghezze (faticose) e di angoli
- ✓ *Isotropo* nel piano

Esempi di esercizi:

- *la figura individuata da quattro bandierine è un rettangolo?*
- *quale lunghezza di corda può riunire quattro bandierine?*

Quali percorsi concettuali nella scuola primaria

Orientarsi nello spazio e descrivere percorsi

Costruire modelli e altre rappresentazioni, anche di figure tridimensionali

Descrivere figure (figure al telefono...)

Comporre e scomporre figure (tassellazioni)

Ingrandire e ridurre attraverso al quadrettatura

Confrontare grandezze (equiestensione e isoperimetria)

...calcolare...