

# Le dimensioni *argomentare* e *risolvere problemi* nel curricolo verticale di matematica (I)

I.C. Carpi – zona nord

Settembre 2019

*Rosa Iaderosa*

# Argomentare e risolvere problemi

Il quadro di riferimento INVALSI le definisce  
*dimensioni* dell'apprendimento:

esse costituiscono una chiave di lettura e uno  
strumento di concettualizzazione e di  
metacognizione

<b>ASPETTI TRASVERSALI</b>		
<b>PROVE INVALSI</b>	<b>PISA 2015</b>	<b>TIMSS 2015</b>
DIMENSIONI	PROCESSI	DOMINI COGNITIVI
Conoscere	Formulare	Conoscenza
Risolvere problemi	Utilizzare	Applicazione
Argomentare	Interpretare	Ragionamento

Il Quadro di riferimento delle prove INVALSI è dunque in linea con quello del TIMSS per alcuni aspetti e con quello del PISA per altri. Infatti, come descritto nel paragrafo 3, esso è fortemente legato alle Indicazioni Nazionali e alle Linee Guida che contemplano sistematicamente una duplice visione della competenza matematica: da una parte gli aspetti di modellizzazione e le applicazioni per leggere, interpretare la realtà e risolvere problemi della vita concreta, così come nel PISA; dall'altra i contenuti articolati per ambiti, i costrutti caratteristici e gli aspetti relativi allo sviluppo interno della disciplina, così come per il TIMSS.

# *Le indicazioni nazionali per la costruzione di un curricolo verticale di Matematica*

1. *aspetti di novità e significatività* nel nuovo documento sul curricolo del primo ciclo di istruzione
2. *l'argomentazione* come competenza trasversale per costruire concetti

# Aspetti di novità introdotti dal documento

- ***Scandire la costruzione di un curricolo in continuità e in verticale attraverso TRAGUARDI per lo sviluppo di competenze***
- ***Introdurre innovazione didattica e metodologica attraverso parole quali:***  
***PADRONEGGIA, STIMA I RISULTATI,***  
***RICONOSCE E DENOMINA,***  
***ANALIZZA E INTERPRETA.....***  
***RICONOSCE E RISOLVE PROBLEMI***  
***CONFRONTA, ARGOMENTA, SPIEGA,...***

.....

# Continuità ed unitarietà del curricolo

“... L’itinerario scolastico dai tre ai quattordici anni, pur abbracciando tre tipologie di scuola caratterizzate ciascuna da una specifica identità educativa e professionale, è *progressivo* e *continuo*. La presenza, sempre più diffusa, degli istituti comprensivi consente la progettazione di un unico curricolo verticale e facilita il raccordo con il secondo ciclo del sistema di istruzione e formazione...”

# Finalità dell'insegnamento della matematica

“...Le sue conoscenze matematiche e scientifico-tecnologiche gli consentono di analizzare dati e fatti della realtà e di verificare l'attendibilità delle analisi quantitative e statistiche proposte da altri. Il possesso di un pensiero razionale gli consente di affrontare problemi e situazioni sulla base di elementi certi e di avere consapevolezza dei limiti delle affermazioni che riguardano questioni complesse che non si prestano a spiegazioni univoche.

Si orienta nello spazio e nel tempo dando espressione a curiosità e ricerca di senso; osserva ed interpreta ambienti, fatti, fenomeni e produzioni artistiche”...

# IMPORTANTI SUGGERIMENTI

1.” *Favorire l’esplorazione e la scoperta*, al fine di promuovere il gusto per la ricerca di nuove conoscenze. In questa prospettiva, **la problematizzazione** svolge una funzione insostituibile: sollecita gli alunni a individuare problemi, a sollevare domande, a mettere in discussione le conoscenze già elaborate, a trovare appropriate piste d’indagine, a cercare soluzioni originali.”



# IMPORTANTI SUGGERIMENTI

## 2.” *Incoraggiare l’apprendimento collaborativo.*

Imparare non è solo un processo individuale. La dimensione sociale dell’apprendimento svolge un ruolo significativo. In tal senso, molte sono le forme di interazione e collaborazione che possono essere introdotte (dall’aiuto reciproco all’apprendimento cooperativo, all’apprendi-mento tra pari), sia all’interno della classe, sia attraverso la formazione di gruppi di lavoro con alunni di classi e di età diverse.”

# IMPORTANTI SUGGERIMENTI

3.” *Promuovere la consapevolezza del proprio modo di apprendere*, al fine di “imparare ad apprendere”. **Riconoscere le difficoltà** incontrate e le strategie adottate per superarle, **prendere atto degli errori commessi**, ma anche comprendere le ragioni di un insuccesso, **conoscere i propri punti di forza**, sono tutte competenze necessarie a rendere l'alunno consapevole del proprio stile di apprendimento e capace di sviluppare autonomia nello studio.”

# IMPORTANTI SUGGERIMENTI

*4. Realizzare attività didattiche in forma di laboratorio*, per favorire l'operatività e allo stesso tempo il dialogo e la riflessione su quello che si fa. Il laboratorio, se ben organizzato, è la modalità di lavoro che meglio incoraggia la ricerca e la progettualità, coinvolge gli alunni nel pensare, realizzare, valutare attività vissute in modo condiviso e partecipato con altri...”

# l'approccio “a spirale”

“...La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che **comporta anche difficoltà linguistiche** e che richiede un'acquisizione graduale del linguaggio matematico...”

# Problem solving

“...Caratteristica della pratica matematica è la **risoluzione di problemi**, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola...”

# Come si apprende la matematica

- *le tre **dimensioni** dei processi di pensiero:*  
**conoscere – risolvere problemi – argomentare**
- ***conoscenze – abilità – competenze***

# Come insegnare la matematica

- ***i contenuti articolati secondo gli ambiti e inquadrati secondo il loro sviluppo all'interno della disciplina***
- ***l'approccio a spirale ai concetti***
- ***la matematizzazione del reale coniugata ad una visione della matematica come strumento di pensiero***

# *Punti di attenzione nella didattica*

- la costruzione dei **concetti in verticale**
- l'apprendimento attraverso **conflitti**
- la rivalutazione dell'**errore**
- l'**argomentazione** come strumento sistematico per favorire:

**chiarificazione dei proprio processi di pensiero**

**metacognizione**

**valutazione e autovalutazione**



# Aspetti di criticità in un insegnamento tradizionale

- IL SUPERAMENTO DI UNA DIDATTICA TRASMISSIVA
- IL NO AGLI AUTOMATISMI
- EVITARE O SUPERARE LA FRAMMENTARIETA' DEL SAPERE
- .....

# Strumenti metodologici

- INSEGNARE “PER PROBLEMI E ATTRAVERSO I PROBLEMI”
- CURARE LA METACOGNIZIONE
- FAVORIRE L’INTERAZIONE TRA PARI ATTRAVERSO IL LAVORO COOPERATIVO E LA DISCUSSIONE DI CLASSE

# *Insegnare per problemi* per:

- individuare i concetti e i livelli di competenza sui concetti
- costruire competenze attraverso contesti
- progettare, analizzare, confrontare strategie risolutive
- argomentare e dimostrare
- .....

# Alcuni strumenti

- La dimensione trasversale dell'argomentazione
  - Le nuove tecnologie
  - Il lavoro cooperativo
  - Il problemi “ricchi” per costruire concetti e competenze
- .....

# La dimensione trasversale dell'argomentazione

*Argomentare*: come - perché

# I traguardi di competenze

La novità delle Indicazioni nazionali consiste soprattutto nell'aver spostato definitivamente l'attenzione, nella scansione dei vari momenti di formazione durante il curricolo continuo, da un elenco di contenuti (il “programma”) agli “ambiti di contenuti”, all'interno dei quali si individuano i diversi livelli di competenza disciplinare nei vari segmenti scolari.

# I traguardi di competenze

I traguardi ci forniscono uno strumento importante per individuare il livello di competenza raggiunto in momenti fondamentali del percorso curricolare, nel passaggio da un ordine di scuola all'altro

# TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE AL TERMINE DELLA SCUOLA PRIMARIA

- L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.
- Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.
- Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.
- Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).
- Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici
- Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.
- Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.
- Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.
- Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.
- Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).
- Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.



# TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE AL TERMINE DELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO

- L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.
- Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.
- Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.
- Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.
- Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.
- Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
- Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).
- Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.
- Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.
- Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità.
- Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

# una riflessione importante

I traguardi a confronto per delineare i  
livelli di competenza disciplinari nei  
vari ambiti

## 7. Allegato A: I Traguardi e le Dimensioni

Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria	Codifica	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	T1	1
Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	T2	1
Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.	T3	1
Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).	T4	1
Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	T5	2
Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	T6	2
Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	T7	3
Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	T8	2
Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.	T9	3
Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...).	T10	1

<b>Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado</b>	<b>Codifica</b>	<b>Dimensione</b>
Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.	<b>T1</b>	<b>1</b>
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.	<b>T2</b>	<b>1</b>
Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.	<b>T3</b>	<b>2</b>
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.	<b>T4</b>	<b>2</b>
Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.	<b>T5</b>	<b>2</b>
Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	<b>T6</b>	<b>2</b>
Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).	<b>T7</b>	<b>3</b>
Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.	<b>T8</b>	<b>3</b>
Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ecc.) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.	<b>T9</b>	<b>1</b>
Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ecc.) si orienta con valutazioni di probabilità.	<b>T10</b>	<b>2</b>



Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di secondo grado	Codifica	Dimensione
Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.	T1	1
Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.	T2	1
Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.	T3	2
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.	T4	2
Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.	T5	2
Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione.	T6	3
Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.	T7	3
Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).	T8	1
Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse	T9	2
Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali.	T10	2
Dati una situazione o un fenomeno reali individua le variabili significative e costruisce un modello matematico adeguato a rappresentarli.	T11	2
Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.	T12	2

Traguardi al termine della Scuola Primaria	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Primo Grado	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Secondo Grado
1. Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	1. Si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.	1. Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.
2. Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.	2. Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.	2. Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.
3. Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.		
4. Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro, ecc.).		
5. Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.	3. Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.	3. Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.



Traguardi al termine della Scuola Primaria	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Primo Grado	Traguardi al termine della Scuola Secondaria di Secondo Grado
6. Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.	10. Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ecc.) si orienta con valutazioni di probabilità.	12. Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.
8. Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.	4. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.  5. Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.	4. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.  5. Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
9. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.  7. Legge e comprende testi che coinvolgono aspetti logici e matematici.	7. Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (per esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).  8. Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.	6. Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione.  7. Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.