

# Le dimensioni del *risolvere problemi* e *argomentare* nella costruzione del curricolo di matematica

*Scuola Primaria I.C. "Carpi Nord"*

*Rosa Iaderosa – 4/9/2019*

# CAMPI CONCETTUALI

1. Una data **situazione** non coinvolge tutte le **proprietà di un concetto**: per mettere a fuoco tutti gli spetti di questo è necessario analizzare una molteplicità di situazioni che lo coinvolgono
2. Una data **situazione** non riguarda di solito **un solo concetto**; la sua analisi richiede metterne in gioco diversi. Per esempio, le strutture additive richiedono i concetti di : misura, di operatore, di confronto, di differenza e inversione, ...

**Le situazioni di riferimento (*situations de référence*) sono "l'insieme delle situazioni che danno senso al concetto (*la référence*)".**

# I problemi per costruire concetti

La **formazione di un concetto**, specie se considerata alla luce del comportamento assunto nel **problem-solving**, ha bisogno di un lungo periodo di tempo, con molte interazioni e molte sfasature: gli studenti cercano di dare significato a nuove situazioni e a nuovi concetti applicando e adattando le loro precedenti concezioni...

# CAMPO CONCETTUALE

Un **campo concettuale** è un insieme di situazioni, per dominare le quali si richiede un'ampia varietà di concetti, di procedure, e di rappresentazioni simboliche saldamente legate l'una all'altra (G. Vergnaud)

# Alcuni invarianti...

Gli **invarianti** sono indispensabili per la costruzione dei concetti e di schemi di ragionamento (nelle attività di problem-solving).

*Lo schema di permanenza dell'oggetto* (Piaget) aiuta ad interiorizzare procedure

# Sono tutti da dare per scontati?

Alcuni **invarianti**, che gli adulti non metterebbero mai in discussione, non lo sono affatto per i bambini più piccoli, ad esempio:

- il numero delle uova quando cambia la loro disposizione
- la quantità di succo di arancia quando lo si travasa da un bicchiere largo ad uno più stretto
- il peso e il volume di un pezzo di plastilina quando cambia la sua forma
- .....

# Gli invarianti relazionali

Abbiamo *invarianti relazionali* quando una relazione rimane la stessa rispetto ad un certo insieme di trasformazioni o ad un certo insieme di variazioni.

Esempi:

- la relazione di parentela: “è figlio di...”
- nelle relazioni spaziali: “dietro a...”, “a destra di...”
- nelle relazioni numeriche: “maggiore di...”, “multiplo di...”

# Come *adattarsi* ai *conflitti*...

*Risolvere problemi* è fonte di *conoscenza operatoria*..

Non si può insegnare la matematica usando solo definizioni o procedure: *i concetti si evolvono solo se vengono in conflitto con situazioni che gli studenti stessi non riescono a dominare*. Perciò è essenziale che gli insegnanti imparino a padroneggiare e utilizzare situazioni che inducano e aiutino gli studenti ad *adattare* i loro punti di vista



## Alcuni esempi di situazioni relative alla **sottrazione**

1. John aveva 10 caramelle, ne mangia 3.  
Quante ne ha ora? (*diminuzione*)
2. Ci sono 8 bambini ad un tavolo per il  
compleanno di Dorothy; 3 di loro sono  
femmine. Quanti sono i maschi?  
(*complemento a...*)
3. Jane ha appena ricevuto 3 dollari dalla sua  
nonna: Ora ha 8 dollari. Quanti dollari aveva  
prima? (*l'opposto di un aumento*)

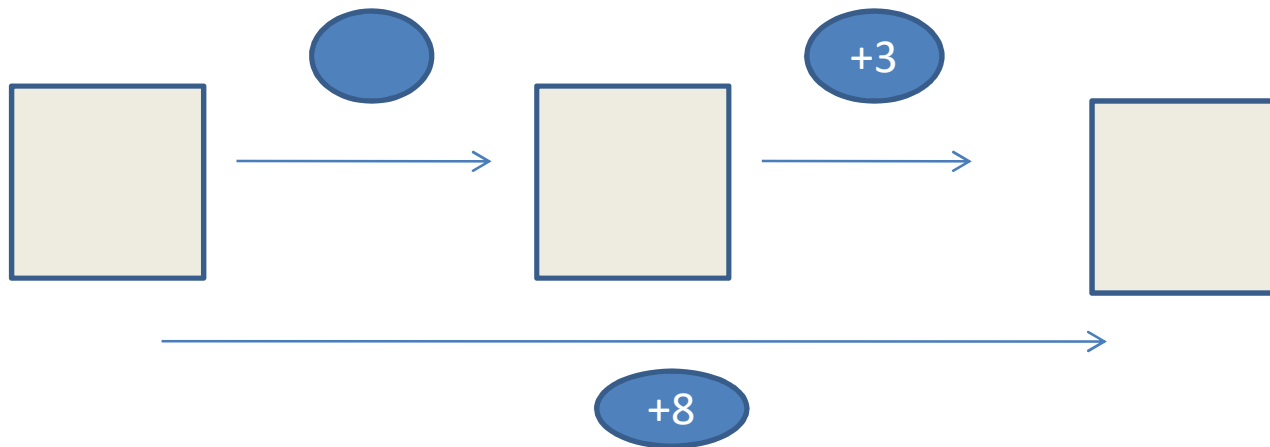
# Situazioni relative alla sottrazione

4. Robert aveva 8 palline prima di giocare con Ruth. Egli ora ha 3 palline. Che cosa è accaduto durante il gioco? (*una relazione di differenza tra stati, uno incluso nell'altro*)
5. Susan ha tre dollari nel suo borsellino. Betty ne ha 8. Quanti dollari ha in meno Susan? Quanti in più ne ha Betty? (*differenza tra quantità da mettere a confronto, senza che per esse valga una relazione di inclusione*)

# Situazioni di *differenza tra operatori*

## *Esempio 6:*

Fred ha giocato due partite a palline. Nella seconda partita ha vinto 3 palline. Egli non ricorda che cosa è successo nella prima partita, ma quando conta le sue palline trova che in tutto ne ha vinte 8. Che cosa è successo nella prima partita?



# Le rondini (XXIII Rally Matematico Transalpino – Prova I)

Sui fili della luce si sono posate numerose rondini. Quando Lorenzo si sveglia, apre la finestra della sua camera. 17 rondini volano via.

Dopo un po', 12 rondini raggiungono quelle che sono rimaste sul filo.

Da dietro la finestra della sua camera, Lorenzo, conta le rondini che sono ora posate sul filo elettrico. Ce ne sono 36.

**Quante rondini si trovavano sul filo della luce un attimo prima che Lorenzo aprisse la finestra?**

**Spiegate come avete fatto a trovare la vostra risposta.**

# ANALISI A PRIORI

## Compito matematico

- Trovare lo “stato iniziale” in una situazione dove lo “stato finale” (36) è il risultato prima di un decremento (-17) e poi di un incremento (+12)

## Analisi del compito

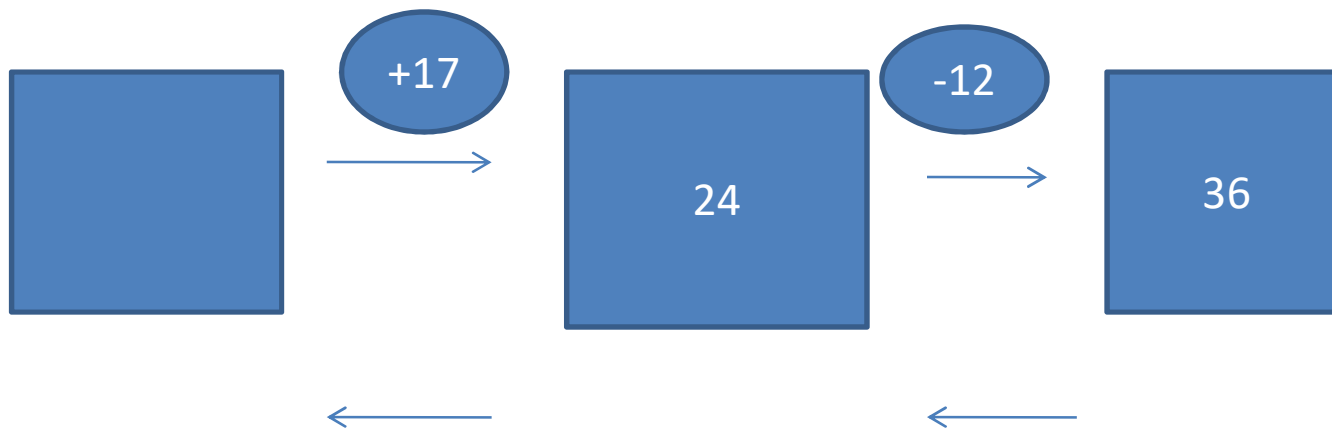
- Riconoscere l'ordine cronologico e le variazioni tra gli stati successivi di una grandezza. Stato iniziale: apertura della finestra con un numero sconosciuto di rondini – partenza di 17 rondini (prima trasformazione) e stato intermedio più piccolo dello stato iniziale – arrivo di 12 rondini (seconda trasformazione) e stato finale di 36 più grande dello stato intermedio. Identificare l'incognita: stato iniziale.
- Tradurre le trasformazioni nelle operazioni eseguite e effettuare i calcoli corrispondenti oppure operare su dei disegni o degli oggetti ricorrendo al conteggio:

Sia nell'ordine cronologico, per tentativi successivi con un'ipotesi di partenza (per esempio  $20 - 17 + 12 = 15$ , « troppo piccolo », ... per arrivare a  $41 - 17 + 12 = 36$  !)

Sia tornando indietro nel tempo a partire da 36, essendo ben coscienti che si tratta di utilizzare le operazioni inverse delle precedenti :  $36 - 12 + 17 = 41$ .

Si può anche fare il bilancio delle due trasformazioni: « diminuzione di 5 ( $17 - 12$ ) rispetto allo stato iniziale ».

# Uno schema



# Come utilizzare questi schemi

Uno schema come quello usato per risolvere il problema delle rondini può essere utilizzato anche per proporre di inventare nuovi problemi, in contesti diversi, con lo stesso schema:

Gradualmente *la procedura si astrae* e diventa uno strumento per riconoscere problemi “uguali”

# E' dunque possibile...

E' dunque possibile concettualizzare l'operazione di sottrazione senza metterla a confronto con quella di addizione, nei tanti casi in cui le due operazioni interagiscono in situazioni più complesse?

La nozione di *campo concettuale additivo* è essenziale al fine di affrontare i problemi didattici legati alle operazioni di addizione e sottrazione e ai loro significati



# CAMPO CONCETTUALE ADDITIVO

**Il campo concettuale additivo è l'insieme delle situazioni il cui trattamento implica una o più addizioni o sottrazioni, sia l'insieme dei concetti e dei teoremi che permettono di affrontare tali situazioni.**

# Procedure e problemi

Molto spesso, vista 'età dei bambini della scuola primaria, si rischia di dedicare maggiore spazio e attenzione agli algoritmi di calcolo, e trascurare le attività in cui entrano in gioco i significati.

E' necessario porre una grande attenzione anche a questo aspetto, che richiede un percorso lungo di concettualizzazione per l'intero percorso del primo ciclo di istruzione.

# Suggerimenti metodologici

1. E' necessario rendere il più possibile espliciti gli intenti cognitivi nello sviluppo di un percorso didattico
2. È necessario vagliare in anticipo e accuratamente la scelta di situazioni, i motivi per ordinarle in una certa sequenza, le modalità con cui è data l'informazione ed è posta la domanda, i valori numerici delle variabili,...
3. È necessario rendere esplicite le ipotesi circa il comportamento degli alunni e i fatti che potrebbero accadere (analisi a priori)

# Ma soprattutto

Discutere nella messa in comune collettiva le produzioni degli allievi, (anche quelle *sbagliate*), chiedendo sempre di motivarle.

Di qui il valore della *argomentazione*