

*L'argomentazione nel curricolo verticale:  
una competenza trasversale da costruire a  
lungo termine per promuovere la capacità  
di risolvere problemi*



# Le competenze argomentative

Le nuove Indicazioni Nazionali valorizzano fortemente in matematica ed in tutte le discipline le *attività argomentative*, sin dai primi anni, nella scuola di ogni ordine e grado. Tuttavia si percepisce ancora, nella realtà delle classi, una certa distanza tra ciò che sarebbe prescritto o comunque suggerito, e ciò che effettivamente si fa. Gli stessi testi in uso difficilmente aiutano gli insegnanti a promuovere con sistematicità attività argomentative in matematica, e non è facile nella quotidianità trovare materiali didattici che le supportino.



# Importanza dell'argomentazione

L'argomentazione deve avere un ruolo centrale anche nell'insegnamento della matematica :

1. Perché il suo utilizzo accresce *la consapevolezza dei processi di pensiero* e aiuta quindi gli insegnanti a lavorare anche sugli aspetti metacognitivi
2. Perché rappresenta un essenziale strumento per la valutazione formativa e il *monitoraggio degli apprendimenti*
3. Perché è collegata alla dimostrazione matematica e ad *attività di tipo linguistico*, anche fuori del contesto scolastico



# Per *argomentazione*...

“...si considerano quei processi eminentemente discorsivi che concernono il pensiero matematico; essi risultano da un **intreccio dialettico** tra *rappresentazioni simboliche* (i segni dell'aritmetica, le figure della geometria) e *attività discorsive* su questi con cui il soggetto dà significato agli enunciati matematici, che sono sempre *di tipo misto* (segni specifici del linguaggio simbolico proprio della matematica e parole del linguaggio naturale)...”

(dal documento UMI, *Matematica 2001*)



# Quali i fini dell'argomentare

“...L'alunno metterà in moto *tutte le facoltà* che possiede naturalmente per tali attività e sarà cura dell'insegnante guidarlo per *acquisire opportune forme di rappresentazione per esprimere i significati* (delle cose e delle relazioni tra queste) così costruiti...”


*(Matematica 2001)*



# ancora dal documento UMI

“...Si può intendere in generale l'attività argomentativa come un discorso:

- ▶ che permette al soggetto di *tornare su ciò che si è fatto, visto* (ecc.), producendo interpretazioni, spiegazioni, risposte a domande del tipo “perché è così?”
- ▶ che permette al soggetto di anticipare fatti, situazioni, ecc., producendo previsioni, discorsi ipotetici su mondi possibili, risposte a domande “*come sarà?*”, “*come potrebbe essere?*”...”



# L'argomentazione come strumento e oggetto di conoscenza


- Argomentare è una competenza **trasversale a tutte le discipline**
- Argomentare è una competenza di **cittadinanza**
- L'argomentazione è un'attività con la quale il soggetto, nell'interazione sociale, può *costruire nuova conoscenza* oppure *riflettere sulle sue conoscenze già acquisite*



# l'argomentazione è anche uno strumento *diagnostico*


L'argomentazione e il problem solving insieme permettono all'insegnante di comprendere e analizzare meglio i processi di pensiero degli studenti, le difficoltà, le eventuali misconcezioni oppure le interpretazioni diverse da quelle predefinite di un testo, ecc.





# nella risoluzione di problemi l'argomentazione si esplica per

- ▶ *esplorare* consapevolmente una configurazione geometrica e descriverne caratteristiche, proprietà varianti e invarianti in una manipolazione dinamica
- ▶ *ipotizzare* la validità di una strategia
- ▶ esplicitare verbalmente, motivare e spiegare varie fasi del calcolo e dei risultati ottenuti
- ▶ spiegare perché *il controllo* ci ha consentito di rivedere la strategia
- ▶ *riflettere* sulle procedure scelte e ritornare su queste scelte motivandole
- ▶ *interpretare e reinterpretare* in un contesto i risultati ottenuti attraverso l'utilizzo di un *modello*
- ▶ .....



# Quali i problemi che favoriscono lo sviluppo dell'argomentazione?

I problemi da manuale scolastico di solito non si prestano molto ad arricchire l'argomentazione: c'è un testo scarno, spesso decontestualizzato, a partire dal quale gli allievi sono "abituati" a ricavare le informazioni, di solito quantitative, intorno alle quali si sviluppa una procedura di calcolo



# Elementi importanti

- Il contesto
- il testo
- la possibilità di più strategie o percorsi di risoluzione
- la possibilità che il problema sia aperto
- la possibilità che il problema si possa affrontare a più livelli di competenza matematica
- .....




# I problemi del Rally matematico

Il rally è una gara tra classi sulla risoluzione di problemi. La competizione è tuttavia un pretesto per motivare ai ragazzi attività qualificanti didatticamente, che si propongono una *ricaduta sulla formazione dei docenti e delle classi, sul curricolo e sul problem solving*. Questi problemi si propongono a più livelli scolari, e prevedono la possibilità di più strategie risolutive. Essi vengono elaborati a partire dai *concetti* e dai *nodi concettuali* legati ad essi.



# Educare ad argomentare attraverso i problemi del Rally Matematico Transalpino

Il gruppo di ricerca internazionale ARMT  
(Rally Matematico Transalpino), si  
propone di contribuire alla educazione  
matematica degli studenti dalla terza  
primaria alla seconda del biennio della  
scuola secondaria superiore attraverso  
la risoluzione di problemi e  
l'argomentazione delle strategie  
risolutive messe in atto.



# Come gli alunni argomentano nella risoluzione di problemi

Le rappresentazioni del problema e della strategia risolutiva possono utilizzare diversi linguaggi, o codici espressivi:

*verbale, grafico, iconico, simbolico,...*

Spesso le argomentazioni, soprattutto per gli studenti più piccoli, sono ricche di una **molteplicità di linguaggi**

# Quali le difficoltà legate alla pratica didattica nelle discussioni di classe





# Gli aspetti positivi

- ▶ Impegnarsi a cercare il modo migliore per esprimere il proprio pensiero
- ▶ Collaborare tra pari, molto più efficace ed accettato da chi ha bisogno
- ▶ Affinare gradualmente il linguaggio discorsivo e/o grafico
- ▶ Aumentare l'autostima
- ▶ Parlare di matematica
- ▶ Confrontarsi , ascoltarsi, rivedere le proprie opinioni



# Un esempio di problema che mostra l'evoluzione delle competenze argomentative

25' RMT

PROVA I

gennaio-febbraio 2017

©ARMT 2017

9

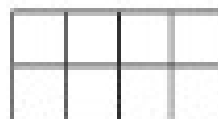
## 6. GRIGLIE (Cat. 4, 5, 6)

Asmine disegna una serie di griglie rispettando la seguente regola: per ogni nuova griglia aggiunge una riga e una colonna di quadretti alla griglia precedente.

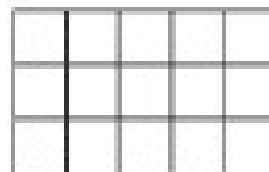
Queste sono le quattro griglie che ha già disegnato:



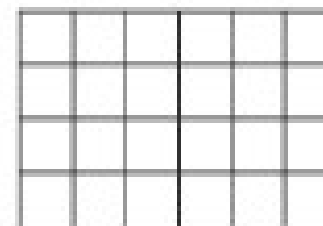
3 quadretti



8 quadretti



15 quadretti



24 quadretti

Continuando a costruire griglie rispettando la stessa regola, potrà costruire una griglia di esattamente 112 quadretti?

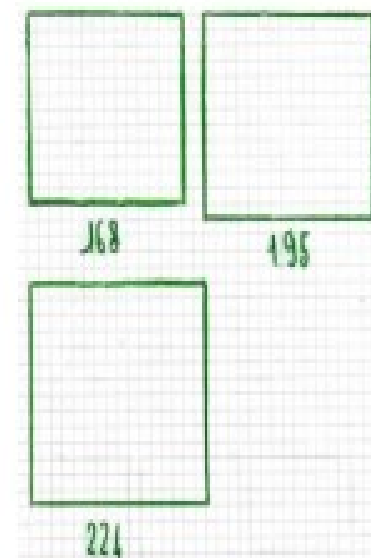
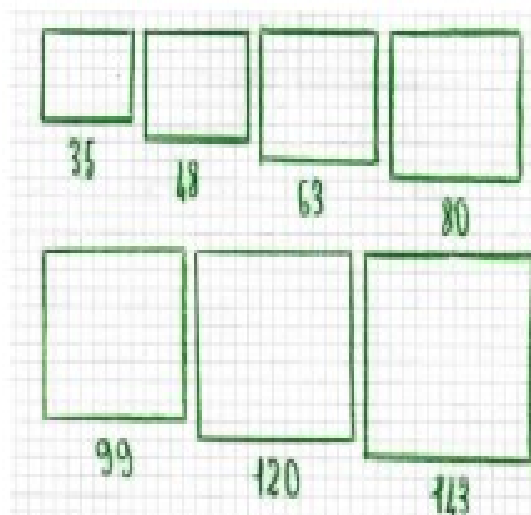
E una di esattamente 224?

Spiegate come avete fatto a trovare la vostra risposta.

Rosa Iadecola - I.C. Garfagnana nord - 1/5 settembre 2019

# Un esempio prodotto da quarta primaria

Ne abbiamo capito che per ogni quadrato dovremmo aggiungere una riga e una colonna di quadrati. Continuando con la sequenza abbiamo visto che partendo da un quadrato di  $99 \text{ cm}^2$  abbiamo ottenuto il numero 112, perché siamo arrivati al numero 120. Continuando con i quadrati siamo arrivati al quadrato di  $224 \text{ cm}^2$ . Ammire in tutto dovrai disegnare 16 quadrati fino a formare la figura di 224 quadrati, perché non può disegnare la





## I protocolli di categoria 4

anche nei problemi ben svolti prevale la strategia grafica, gli allievi prevalentemente completano i disegni e contano il progressivo aumentare delle caselle nelle griglie rettangolari. A volte compaiono i calcoli effettuati in sequenza, **ma nella maggior parte dei casi c'è solo la procedura, non commentata.**

## Classe quinta primaria

**Ragionamenti**

QUADRATI DI  
PATERNA  
 $9 + 2 =$

$11 + 2 = 13 + 2 = 15 + 2 = 17 + 2 \dots$

**Soluzioni**

Siamo partiti da 24, allora aggiungiamo una riga mancante e una colonna mancante da un ultimo quadrato con ragionamenti noi da ogni colonna e riga aggiungiamo allora aggiungiamo + 2 partendo così da 11 facendo  $11 + 2 = 13 + 2 = 15 + 2 = 17 + 2 \dots$  e allora scopri che 112 non si poteva fare. Allora abbiamo fatto sempre + 2 partendo da 11 arrivando così 224 scoprendo che 112 non si può fare prima 224 si può fare.



# nella quinta primaria

compaiono spiegazioni verbali affiancate ai disegni delle griglie, in questo caso con un maggiore coordinamento tra le due rappresentazioni. Quindi in questa categoria cominciano a coesistere almeno due tipologie di spiegazioni, per lo più verbale e grafica, oppure verbale e procedurale con i calcoli.

## Classe prima media

$6 \times 4 = 24$	
$7 \times 5 = 35$	224 quadrati
$8 \times 6 = 48$	
$9 \times 7 = 63$	
$10 \times 8 = 80$	
$11 \times 9 = 99$	Asmire non potrà costruire una griglia da 112 quadrati.
$12 \times 10 = 120$	
$13 \times 11 = 143$	
$14 \times 12 = 168$	Poi costruire una griglia da 174 quadrati.
$15 \times 13 = 195$	
$16 \times 14 = 224$	Abbiamo aumentato ogni volta di uno e poi abbiamo trovato il risultato.



# In prima media

Gli elaborati di questa categoria mostrano una certa evoluzione:

i disegni non si presentano più in forma svincolata tra loro ma sono quasi sempre presentati in una figura che raccoglie le varie griglie incasellandole tra loro; le varie rappresentazioni si coordinano in maniera più armonica.



# La carovana (cat.5,6)

Ali e Fatima guardano passare una carovana di asini e di cavalli.

Ci sono anche degli uomini, che sono tutti sui cavalli.

Su ogni cavallo c'è un solo uomo con una cassa dietro di lui.

Su ogni asino ci sono solo due casse.

Ali conta le zampe degli animali e ne trova 52.

Fatima conta le casse: ce ne sono 21 in tutto.

**Quanti uomini ci sono in questa carovana?**





# Il focus di questo problema

Si tratta di una situazione in cui è centrale il significato di **resto della divisione tra interi**, cosa inusuale sui manuali scolastici.

Infatti, dopo aver determinato il numero di animali attraverso la divisione  $52 : 4 = 13$  (numero delle zampe diviso per 4, visto che gli animali sono tutti quadrupedi),

Dalla divisione del numero di casse per il numero di animali ( $21 : 13$ ), si ottiene quoziente 1 e resto 8.

Il resto di 8 rappresenta il numero di casse che avanzano dopo aver distribuito ad ogni animale una cassa.

Dunque, i cavalli sono solo 5 ( $13 - 8$ ), mentre gli asini con due casse ciascuno saranno 8.



L' *analisi a posteriori* del problema, attraverso i risultati ma anche le argomentazioni

- ▶ L'analisi a posteriori confronta gli esiti con l'analisi a priori.
- ▶ Nel caso di questo problema, si è rilevato che le argomentazioni con una maggiore ricchezza rappresentativa sono state un sostegno per gli allievi nell'organizzare la strategia risolutiva

Un errore ricorrente nei casi in cui ha prevalso l'atteggiamento calcolativo su quello delle rappresentazioni grafiche è stato quello di dividere il numero 21 delle casse per 3 (per trovare il numero dei cavalli...?). Ciò si verifica più spesso per gli allievi che si affidano solo alla procedura calcolativa

dividendo per 4 il numero delle paia si ottiene il numero degli animali totali  
o <sup>per il numero delle casse per un cavallo ed un asino</sup>  
dividendo per 3 il numero delle casse si ottengono le casse dei cavalli  
sottraendo al numero totale delle casse 7 si ottengono le casse degli asini  
dividendo per 2 le casse degli asini si ottiene il numero degli asini e sottraendo  
al numero degli animali il numero degli asini si ottiene il numero dei  
cavalli e quindi degli uomini

$$52 : 4 \quad [21 - (21 : 3) : 2]$$

$52 : 4 = 13 \rightarrow$  animali totali  
 $21 : 3 = 7 \rightarrow$  casse dei cavalli  
 $21 - 7 = 14 \rightarrow$  casse degli asini  
 $14 : 2 = 7 \rightarrow$  asini degli asini  
 $13 - 7 = 6 \rightarrow$  il cavallo e uomini

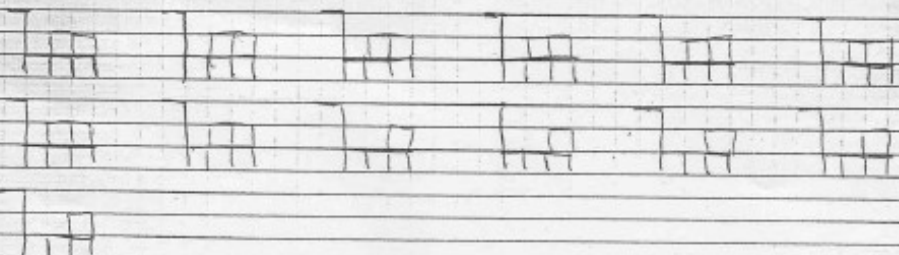
Risposta:  
In questa carrovana ci sono 6 uomini

## La carovana - Strategia corretta esclusivamente di tipo grafico

ABBIAMO ESEGUITO QUESTO PROCEDIMENTO: SAPENDO CHE IN TUTTO LE ZAMPE SONO 52 ABBIAMO DIVISO IL NUMERO PER LE QUATTRO ZAMPE DI OGNI ANIMALE. VENIVANO 13

POI ABBIAMO DISEGNATO GLI ANIMALI, ABBIAMO AGGIUNTO UNA CASSA A CIASCUN ANIMALE, QUELLE AVANZATE LE ABBIAMO DISTRIBUITE MA OGNI ANIMALE FINIVA ESAURITE.

ALLA FINE SONO VENUTI 5 CAVALLI E SICCOME SU OGNI CAVALLO C'ERA UN UOMO ABBIAMO TROVATO 5 UOMINI



The image shows a series of hand-drawn tally marks on lined paper. There are two rows of marks. The first row has six groups of three vertical lines each, totaling 18 marks. The second row has five groups of three vertical lines each, totaling 15 marks. Below these, there is a single group of three vertical lines. To the right of these marks, there are five small squares, each containing a single vertical line. Below the marks, there is a legend: '|||| = animali,' and '□ = 1 cassa'.

|||| = animali,  
□ = 1 cassa

# Una originale strategia grafica

