**14° RMT PROVA I** gennaio-febbraio 2006 ©ARMT.2006

**I PACCHI DI BABBO NATALE** (Cat. 3, 4)

Babbo Natale prepara pacchi-regalo rossi, blu e verdi.

Ogni pacco rosso pesa 3 chili;

Ogni pacco blu pesa 5 chili;

Ogni pacco verde pesa 8 chili.

Babbo Natale vuole mettere vari pacchi nel suo cesto, ma vuole che tutti insieme pesino esattamente 25 chili.

Quali tipi di pacchi potrà mettere nel cesto Babbo Natale?

Indicate le vostre soluzioni e spiegate come le avete trovate.

## ANALisi A PRIORI

### Ambito concettuale

- Aritmetica: operazioni in N (addizione, moltiplicazione, scomposizione di 25 in somma di termini 3, 5 e 8)

- logica: tentativi organizzati o combinazioni

### Analisi del compito

- Fare dei tentativi additivi con 3, 5 e 8 per ottenere 25.

- Esaminare sistematicamente come ottenere 25 kg unicamente con dei pacchi aventi lo stesso peso:

c’è una sola possibilità: 5 pacchi da 5 kg, poiché 5 x 5 = 25, in quanto 25 non è multiplo né di 3, né di 8.

Con due tipi di pacchi, per ottenere 25 kg ci sono due possibilità:

5 pacchi rossi da 3 kg, e 2 pacchi blu da 5 kg: (5 x 3) + (2 x 5) = 25.

3 pacchi rossi da 3 kg, e 2 pacchi verdi da 8 kg: (3 x 3) + (2 x 8) = 25.

Con tre tipi di pacchi si ha la sola possibilità:

4 pacchi rossi, 1 pacco blu e 1 pacco verde (4 x 3) + (1 x 5) + (1 x 8) = 25

- Organizzare la ricerca con l’aiuto di una tabella o di una lista dei multipli di 3, 5 e 8.

# I sigari di cioccolato (Cat. 5, 6, 7)

Massimo e Andrea hanno comprato ciascuno una scatola contenente 25 sigari di cioccolato. La scatola di Massimo costa 40 euro e contiene solamente sigari grandi. la scatola di Andrea costa 30 euro e contiene solo sigari piccoli. Per avere sigari di entrambi i tipi, Massimo dà 12 sigari grandi ad Andrea, che ricambia con 12 piccoli.

Massimo, però, non è soddisfatto e pensa che Andrea gli debba ancora dare qualche cosa.

Quanti sigari di cioccolato deve ancora dare Andrea a Massimo perché il conto sia giusto?

Spiegate il vostro ragionamento.

## ANALISI A PRIORI

### Ambito concettuale:

- Aritmetica : le quattro operazioni e frazioni

### Analisi del compito:

- Constatare che se il numero di sigari di cioccolato di ciascuno resta il medesimo dopo gli scambi (Massimo ha 25 sigari: 13 grandi e 12 piccoli; anche Andrea ha 25 sigari 12 grandi e 13 piccoli), gli scambi non sono equi in valore (euro)

- È possibile calcolare il prezzo unitario dei cioccolati (1,60 € i grandi e 1,20 €i piccoli) per divisione per 25 e dedurre il valore delle nuove scatole: 13 x 1,60 + 12 x 1,20 = 35,20 € per quella di Massimo e 12 x 1,60 + 13 x 1,20 = 34,80 € per quella di Andrea. Quest’ultimo, la cui scatola iniziale costava 30 €, deve dunque 4,80 € a Massimo, cosa che rappresenta 4 sigari piccoli.

Si può anche considerare la differenza tra il valore della scatola di Massimo e quella di Andrea, che è, in effetti, dodici volte la differenza tra il prezzo di un sigaro grande ed uno piccolo: 1,60 - 1,20 = 0,40. Un sigaro grande vale 0,40 euro di più di uno piccolo. Dunque Andrea deve 12 x 0,40 = 4,80 euro a Massimo.

- Dedurre che Andrea deve ancora 4 sigari piccoli in più a Massimo.

Oppure: calcolare la differenza dopo lo scambio direttamente in "sigari grandi" o in "piccoli", senza determinare il loro valore in euro: dal rapporto 30/40 si può dedurre che uno "piccolo" vale i 3/4 di uno "grande" o che 3 "grandi" valgono 4 "piccoli" ... e che 12 "grandi"valgono 16 "piccoli".

# i barattoli di caramelle (Cat. 5, 6, 7, 8, 9, 10)

|  |  |
| --- | --- |
| Nonna Matilde mette in un barattolo 6 caramelle all’arancia e 10 al limone.  In un secondo barattolo mette 8 caramelle all’arancia e 14 al limone. Le caramelle hanno la stessa forma e sono incartate nello stesso modo.  La nonna sa che a Giulio non piacciono le caramelle al limone e quindi gli dice:  «Puoi prendere una caramella. Ti lascio scegliere il barattolo nel quale puoi infilare la mano, senza guardare dentro.» |  |

Giulio ci pensa un po’ e sceglie infine il barattolo che, secondo lui, gli offre più possibilità di prendere una caramella all’arancia.

Al posto di Giulio quale barattolo scegliereste?

**Spiegate il vostro ragionamento.**

## ANALISI A PRIORI

### Ambito concettuale

- Aritmetica: rapporto, proporzione e idea di «probabilità»

### Analisi del compito

- Rendersi conto che non è sufficiente scegliere il barattolo che ha il maggior numero di caramelle all’arancia o il minor numero di caramelle al limone, ma che bisogna anche tener conto delle due quantità contemporaneamente, con un rapporto di grandezze.

- Determinare, poi confrontare, i rapporti tra numeri di caramelle all’arancia e al limone, per mezzo di frazioni (con lo stesso denominatore o numeratore), o dividere l’uno per l’altro.

Oppure: determinare e confrontare i rapporti del numero di caramelle all’arancia e il numero totale di caramelle di ciascun barattolo.

Oppure: organizzare un ragionamento proporzionale del tipo: in un barattolo di 6 / 10 si avrebbero le stesse possibilità di un barattolo di 12 / 20, preparare una lista di casi

I Arancia 6 12 18 24 30 36 42 48 54 60 …

Limone 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 …

Totale 16 32 48 64 80 96 112 128 144 176 …

II Arancia 8 16 24 32 40 48 56 64 …

limone 14 28 42 56 70 84 96 112 …

Totale 22 44 66 88 110 132 154 176 …

e constatare che si possono confrontare facilmente 42 / 70 e 40 / 70 oppure 60 / 176 e 64 /176

o ancora 24 / 64 e 24 / 66 oppure 48 / 128 e 48 / 132 per dedurne che la scelta del primo è la più favorevole ad avere una caramella all’arancia.

**210 RMT PROVA I** gennaio - febbraio 2013 ©ARMT 2013 6

# 4. Il sentiero nel parco (Cat. 3, 4, 5)

Caterina gioca nel parco spostandosi su un lungo sentiero fatto di lastre sistemate una di seguito all’altra.

Per sapere che spostamento fare, lancia un gettone che ha una faccia verde e una faccia rossa.

Se si vede la faccia verde dopo che il gettone è caduto, Caterina avanza di 4 lastre.

Se si vede la faccia rossa, torna indietro di 2 lastre.

All’inizio del gioco, Caterina era sulla tredicesima lastra. Alla fine del gioco si ritrova sulla ventunesima.

Caterina ha visto apparire la faccia verde cinque volte.

Quante volte è apparsa la faccia rossa?

Spiegate come avete fatto a trovare la vostra risposta.

## ANALisi A PRIORI

### Ambito concettuale

- Aritmetica: le quattro operazioni

### Analisi del compito

- Capire che gli spostamenti si decidono a «testa o croce», corrispondenti ciascuno a uno dei due spostamenti possibili sulla fila di lastre; che Caterina si è spostata in tutto dalla 13a alla 21a lastra in diverse volte di cui cinque da 4 lastre in avanti. Capire ancora che l’ordine degli spostamenti in avanti o all’indietro non è specificato e che è dato dalla faccia del gettone.

- Trovare eventualmente dei modelli per appropriarsi della situazione; per esempio, che il sentiero di lastre corrisponde ad un «nastro» o a una «pista» di numeri, che gli spostamenti corrispondono a delle addizioni di 4 o a delle sottrazioni di 2.

Ci sono diverse procedure (o strategie) per affrontare il compito dei calcoli:

- per tentativi partendo da 13 e avanzando di 4 e tornando indietro di 2 fino ad ottenere 21 o con una serie di operazioni, per esempio: 13 + 4 – 2 – 2 – 2 + 4 + 4 + 4 – 2 … = 21. Nel corso di questi tentativi, gli alunni possono vedere che l’ordine degli spostamenti non ha importanza sul risultato finale e che ci si può trovare in certi momenti prima del 13 o oltre il 21;

- prendendo in considerazione globalmente gli spostamenti, calcolare che le 5 facce verdi corrispondono ad avanzare di 20 lastre (per addizione di 5 termini “4” o per moltiplicazione 5 x 4) e che Caterina è andata avanti di 8 lastre (dalla 13 alla 21) cioè 12 lastre di meno dei suoi 5 spostamenti. (Oppure se queste cinque facce verdi fossero corrisposte ai primi cinque spostamenti, Caterina sarebbe arrivata sulla 33a lastra. Siccome si trova alla fine sulla 21a, è tornata indietro di 12 lastre (33- 21). O ancora se queste cinque facce verdi fossero corrisposte agli ultimi cinque spostamenti, Caterina sarebbe partita dalla lastra 1 (21 – 20) per finire sulla lastra 21 e sarebbe dunque tornata indietro di 12 lastre (13 – 1) durante i primi spostamenti):

siccome ogni faccia «rossa» corrisponde a tornare indietro di due lastre, dedurne che le facce «rosse» sono apparse 6 volte nell’indietreggiamento globale di 12 lastre (12 : 2).

(Queste operazioni possono essere illustrate con degli spostamenti su una linea dei numeri).

# 7. Partite a biglie (Cat. 5, 6)

Gerardo, domenica, ha ricevuto un bel sacchetto di biglie e decide di portarle tutte a scuola, il giorno dopo, per giocare con i suoi compagni.

Lunedì vince 12 biglie ed è molto contento.

Martedì gioca nuovamente, ma perde 15 biglie e non è contento.

Mercoledì perde ancora 8 biglie. Gerardo è molto triste. Al ritorno a casa, conta le sue biglie e si accorge che ha perso la metà delle biglie che aveva domenica, quando ha ricevuto il suo sacchetto.

Giovedì non gioca poiché ha paura di perdere ancora di più.

Il venerdì esita, ma gioca lo stesso e vince 7 biglie.

Quante biglie ha nel sacchetto il venerdì sera?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

## Analisi a priori

### Ambito concettuale

- Aritmetica: addizioni e sottrazioni di numeri interi inferiori a 40, la metà e il doppio

### Analisi del compito

- Leggere il problema e rendersi conto che si tratta di effettuare una serie di addizioni e sottrazioni di cui non si conosce lo stato iniziale (domenica).

- Constatare che da lunedì a mercoledì, le variazioni sono costituite da una vincita di 12, e due perdite di 15 e 8, ciò che conduce globalmente a una perdita di 11 (15 + 8 – 12).

Tenere conto allora che questa perdita di 11 è la metà delle biglie di domenica e che il sacchetto conteneva dunque quel giorno 22 biglie. Capire allora che anche quello che resta il mercoledì è 11 e che il venerdì, dopo una vincita di 7, avrà 18 biglie. Si può anche ripartire dalle 22 biglie della domenica per arrivare a 18 il venerdì (22 + 12 – 15 – 8 + 7 = 18)

Oppure: a partire da domenica, procedere per tentativi, inizialmente casuali e poi organizzati. Per esempio: domenica 30, lunedì 42, martedì 27, mercoledì 19, che non è la metà di 30 e che richiede un secondo tentativo… fino a trovare 22 la domenica, 11 il mercoledì e 18 il venerdì.

Oppure procedere per tentativi a partire da mercoledì e tornare indietro nel tempo.

Tutti i passaggi possono essere eventualmente visualizzati su una striscia o sulla retta dei numeri oppure con disegni che mostrino di volta in volta la situazione delle biglie.

# 8. compleanno (Cat. 5, 6, 7)

È il compleanno di Anita.

Il suo amico Bruno le porta una torta al cioccolato. Su questa torta ci sono 7 candeline che indicano l’età di Anita: candeline rosse e candeline verdi. Ogni candelina rossa vale dieci anni e ogni candelina verde vale un anno.

Il suo amico Carlo le porta una torta alle fragole sulla quale ha sistemato 8 candeline che indicano anch’esse l’età di Anita. Alcune sono blu e altre verdi: ogni candelina blu vale dodici anni ed ogni candelina verde vale un anno.

Quanti anni ha Anita?

Spiegate come avete trovato la sua età.

## analisi a priori

### Ambito concettuale:

- Aritmetica: numerazione, addizione, moltiplicazione

### Analisi del compito

- Dopo la lettura dell’enunciato, rendersi conto che l’età di Anita può essere rappresentata sia dalle 7 candeline del primo dolce sia dalle 8 candeline del secondo. Bisogna quindi sormontare questo primo ostacolo, prendendo in considerazione il cambio di valore delle candeline: blu che rappresentano 12 anni o rosse che valgono 10 anni, mentre le verdi mantengono sempre lo stesso valore, uno.

- Rendersi conto che, per la torta al cioccolato, le 7 candeline possono rappresentare età differenti, secondo la loro ripartizione (verde; rosso), poi passare ai numeri possibili, stabilendo il raffronto con il nostro sistema di numerazione decimale: rosse sono decine e verdi sono unità. 7 candeline rosse rappresentano 70, 6 rosse e 1 verde rappresentano 61 e così di seguito: 52; 43; 34; 25, 16; 7 (7 e 70 possono essere eliminati poiché, secondo l’enunciato ci sono candeline di due colori e, stante ai plurali, verosimilmente più di una di ogni colore, ciò che permetterebbe quasi di eliminare anche 61 e 16). Anita potrebbe quindi avere: 61, 52, 43, 34, 25 o 16 anni.

- Con l’arrivo del secondo dolce e delle sue 8 candeline, occorre sostituire decine (candeline rosse) con dozzine (candeline blu) e disporre l’inventario delle età possibili: 7 dozzine e 1 unità fanno 85, 6 dozzine e 2 unità fanno 74, poi 63, 52, 41, 30 e infine 19 con una dozzina e 7 unità. Anita potrà dunque avere: 85, 74, 63, 52, 41, 30 o 19 anni.

- Confrontare le due liste, constatare che il numero 52 è il solo a figurare in entrambe e concludere che Anita ha 52 anni.

Oppure, trovare la soluzione per tentativi, ma senza poter essere sicuri dell’unicità della soluzione stessa.

**21o RMT PROVA II** marzo - aprile 2013 ©ARMT 2032

**3**. **Vendita di dolci** (Cat. 3, 4, 5)

La classe di Amelia ha organizzato una vendita di dolci. Vengono vendute crostatine a 3 euro l’una e tortine a 4 euro l’una.

A fine giornata Amelia osserva che sono state vendute sia crostatine che tortine e che sono stati incassati in tutto 33 euro.

Quante crostatine e quante tortine può aver venduto la classe di Amelia?

Spiegate il vostro ragionamento.

## Analisi a priori

### Ambito concettuale

- Aritmetica: scomposizione di 33 in somma di multipli di 3 e di 4

### Analisi del compito

- Considerare che sono state vendute sia crostatine che tortine.

- Procedere per tentativi non organizzati:

- gli allievi possono utilizzare solo l’addizione: addizionare più volte 4 e 3 fino a ottenere o superare 33. Accettare solo le somme che danno 33. Contare infine il numero dei 3 e dei 4 utilizzati ed interpretarli, rispettivamente, come numero di crostatine e numero di tortine vendute.

- gli allievi possono combinare anche moltiplicazioni ed addizioni.

Oppure: prendere in considerazione tutti i casi possibili in modo organizzato cominciando, per esempio, da 1 tortina da 4 euro e cercare di trovare quante crostatine da 3 euro occorrono per ottenere come somma 33 euro; continuare aumentando ogni volta di 1 il numero delle tortine vendute e conservare solo le coppie (n° di crostatine - n° di tortine) che danno per somma 33 euro: 7 crostatine e 3 tortine (3 x 7 + 4 x 3 = 33) o 3 crostatine e 6 tortine (3 x 3 + 4 x 6= 33).

Oppure: scrivere l’elenco dei primi multipli di 3 e l’elenco dei primi multipli di 4 (è sufficiente non superare il 30) e cercare le coppie di numeri, uno multiplo di 3 e l’altro multiplo di 4, che danno per somma 33; controllare che solo le coppie 9-24 e 21-12 vanno bene e concludere che possono essere state vendute 3 crostatine e 6 tortine oppure 7 crostatine e 3 tortine.

# 4. Sempre il doppio… (Cat. 3, 4, 5)

Tom ha 3 barattoli: uno piccolo, uno medio e uno grande.

Vuole utilizzarli tutti per riporre le sue 100 biglie e vuole rispettare queste regole:

* il barattolo medio deve contenere il doppio delle biglie del barattolo piccolo,
* il barattolo grande deve contenere il doppio delle biglie del barattolo medio.

Tom potrà sistemare tutte la sue biglie nei tre barattoli rispettando le regole?

Se non è possibile, qual è il numero massimo di biglie che potrà mettere nei barattoli sempre rispettando le regole?

Spiegate le vostre risposte.

## analisi a priori

### Ambito concettuale

- Aritmetica: operazioni con numeri naturali; doppio, ripartizione proporzionale

### Analisi del compito

- Comprendere la situazione, in particolare le relazioni che devono esistere fra i numeri delle biglie contenute nei barattoli.

- Procedere per tentativi e aggiustamenti rispettando i vincoli (ad esempio provare con 10 biglie nel barattolo piccolo, 20 in quello medio e 40 nel grande: si sistemano 70 biglie, troppo poche; provare quindi, per esempio, con 15 e trovare che si sistemano così 105 biglie, troppe. Fare altri tentativi e trovare che con 14 biglie nel barattolo piccolo si sistemano 98 biglie in tutto, che è il massimo possibile)

Oppure: considerare che un barattolo medio equivale a due barattoli piccoli e un barattolo grande a 4 piccoli.

* Dedurre che l’insieme dei barattoli equivale a 7 barattoli piccoli.
* Chiedersi se 100 biglie possano essere ripartite equamente in 7 raggruppamenti, considerando i multipli di 7 o effettuando la divisione di 100 per 7.
* Constatare che il più grande multiplo di 7, inferiore a 100, è 98 (14 × 7) o che la divisione di 100 per 7 dà 14 come quoziente e 2 come resto.
* Concludere che non è possibile sistemare le 100 biglie nei tre barattoli e che il massimo numero di biglie che può essere sistemato è 98.

# 5. Bicchieri piccoli e grandi (Cat. 3, 4, 5)

Giulia organizza la festa di compleanno per il fratellino.

Compra diverse bottiglie di aranciata. Con il contenuto di una bottiglia si possono riempire 5 bicchieri grandi oppure 8 bicchieri piccoli.

Durante la festa Giulia serve 23 bicchieri grandi e 26 bicchieri piccoli di aranciata, aprendo il minor numero possibile di bottiglie.

Quante bottiglie ha dovuto aprire Giulia?

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

## analisi a priori

### Ambito concettuale

- Aritmetica: addizione, moltiplicazione, divisione, frazioni e numeri decimali

### Analisi del compito

- Comprendere durante i primi tentativi che non è importante né l’ordine in cui vengono riempiti i bicchieri né con quale bottiglia. Bisogna invece puntare l’attenzione sul fatto che Giulia ha riempito 23 bicchieri grandi e 26 bicchieri piccoli e che 5 bicchieri grandi corrispondono ad una bottiglia e lo stesso 8 bicchieri piccoli.

- Procedere, ad esempio, rappresentando i 23 bicchieri grandi e formando con essi gruppi di 5, ciascuno equivalente ad una bottiglia; contare poi tali raggruppamenti e trovare che essi corrispondono a 4 bottiglie con l’avanzo di 3 bicchieri grandi. Procedere nello stesso modo raggruppando i 26 bicchieri piccoli in gruppi di 8 e trovare che si ottengono altre 3 bottiglie con l’avanzo di 2 bicchieri piccoli.

- Rendersi conto che i 3 bicchieri grandi e i 2 piccoli avanzati sono riempiti usando una sola altra bottiglia (con una bottiglia infatti si riempiono 5 bicchieri grandi).

Oppure: utilizzare i multipli di 5 e di 8 per avvicinarsi al numero di bicchieri serviti.

- Capire che con 4 bottiglie si possono riempire 20 (4 × 5) bicchieri grandi, e che con altre 3 bottiglie si riempiono 24 (3 × 8) bicchieri piccoli. Dedurre quindi che con 7 bottiglie rimangono da riempire 3 bicchieri grandi e 2 piccoli che si potranno riempire con un’ottava bottiglia.

Oppure: utilizzare la divisione con resto (23 : 5 = 4 con resto 3, 26 : 8 = 3 con resto 2) e interpretare il quoziente in termini di bottiglie e il resto in termini di bicchieri grandi e piccoli.

Oppure: utilizzare una procedura che fa intervenire numeri non interi. Esprimere il volume di ciascun bicchiere rispetto a quello di una bottiglia: 1/5 e 1/8 o, in numeri decimali, 0,2 e 0,25. Ricavare che complessivamente il volume dell’aranciata versata nei bicchieri è 23 x 0,2 + 26 x 0,125 = 4,6 + 3,25 = 7,85. Concludere che Giulia ha dovuto aprire 8 bottiglie.

# 10. tiri liberi a basket (Cat. 6, 7)

Luca, che gioca a basket, si allena ai tiri liberi.

Il primo giorno fa 18 canestri e sbaglia 7 tiri.

Il secondo giorno fa 20 canestri e sbaglia 8 tiri.

Il terzo giorno fa 25 canestri e sbaglia 10 tiri.

In quale giorno Luca ha ottenuto la migliore prestazione nei tiri liberi?

Ci sono giorni in cui Luca ha realizzato la stessa prestazione?

Spiegate perché.

## ANALisi A PRIORI

### Ambito concettuale

- Aritmetica: divisione, proporzionalità

### Analisi del compito

- Capire che bisogna tenere conto ogni volta dei canestri riusciti e di quelli mancati e che si deve scegliere il tipo di relazione adeguata tra queste due grandezze.

- Comprendere che la prestazione nei “tiri liberi” è misurata con rapporti e non con differenze.

- Considerare i sei dati per Luca e confrontarli:

giorni I II III

tiri riusciti 18 20 25

tiri mancati 7 8 10

- Per esempio, certi allievi osserveranno le differenze tra le due righe: 11, 12 e 15 e penseranno che è al terzo giorno che Luca è stato più bravo (cosa che mostra che la nozione di proporzionalità non è ancora acquisita).

- Altri osserveranno le differenze tra i primi due giorni e penseranno che Luca è stato più bravo il secondo perchè ha 2 successi in più e solamente un tiro mancato in più: ragionamento sbagliato

- Comprendere che la risposta corretta consiste nel confrontare rapporti del tipo a / b (canestri riusciti / tiri sbagliati) oppure a / (a + b) (canestri riusciti / numero di tentativi).

**-** Calcolare che il primo giorno Luca ha una riuscita di 18 canestri a fronte di 7 tiri sbagliati (18/7 = 2,57), il secondo giorno di 20 canestri per 8 sbagliati (20 / 8 = 5/2 = 2,50) e il terzo giorno di 25 canestri per 10 tiri sbagliati (25/10 = 5/2 = 2,50).

Oppure, calcolare che il primo giorno Luca ha una riuscita di 18 canestri su 25 (18/25 = 0,72), il secondo giorno di 20 su 28 (≈ 0,71) e il terzo giorno di 25 su 35 (≈ 0,71).

- Concludere che Luca è stato più bravo il primo giorno ed ha realizzato la stessa prestazione il secondo e il terzo giorno.

11. le albicocche (Cat. 6, 7, 8)

Un gruppo di bambini ha raccolto un bel cesto di albicocche.

I bambini decidono di dividersi tra loro i frutti ed osservano che:

- se prendono tre albicocche ciascuno, ne restano due nel cesto,

- mancano cinque albicocche per poterne prendere quattro ciascuno.

Quanti sono i bambini?

Quante albicocche avevano raccolto?

Spiegate come avete trovato le vostre risposte.

## AnalIsI a priori

### Ambito concettuale

- Aritmetica: le quattro operazioni (in particolare la divisione con resto)

- Algebra: equazioni di primo grado

### Analisi del compito

- Appropriarsi dei dati delle due distribuzioni presentate nell’enunciato: quella di 3 albicocche a persona con un resto di 2; quella di 4 a persona, che non è possibile perché mancano 5 albicocche. Stabilire delle relazioni tra i numeri dati (multipli di 3 e di 4, addizioni o sottrazioni del resto o di ciò che manca). Capire che il problema consiste nel trovare uno stesso numero di albicocche e uno stesso numero di bambini che verificano le due distribuzioni.

- Una procedura consiste nell’evocare una distribuzione effettiva, in ordine cronologico: ogni bambino prende a turno un’albicocca, poi una seconda, poi una terza; le due albicocche che rimangono permettono al primo e al secondo bambino di prenderne una quarta; il terzo, il quarto e i seguenti non possono farlo perché non ci sono più albicocche ma con le 5 albicocche fittizie (che mancano), il 30, il 40, il 50, il 60 e il 70 bambino potrebbero avere anch’essi 4 albicocche. Un semplice conteggio permette così di determinare che ci sono 7 bambini, e 23 albicocche: 23 = (7 × 3) + 2 = (7 × 4) – 5. (Questa strategia “elementare” presuppone tuttavia che rimanga incognito il numero di bambini durante la distribuzione e che diventerà noto solo alla fine del processo fittizio).

Oppure: per coloro che hanno percepito i multipli successivi del numero di bambini, constatare che il numero di albicocche si situa a 2 unità oltre il 30, ma a 5 unità prima del40, rappresentando uno scarto di 7 tra questi due multipli.

Oppure: procedere per tentativi scegliendo un numero di bambini, calcolando il numero di albicocche per ogni distribuzione e verificando che i due risultati siano uguali.

Per esempio, con 10 bambini si avrà (10 × 3) + 2 = 32 albicocche secondo la prima distribuzione, ma per la seconda distribuzione si avrà (10 × 4) – 5 = 32; il tentativo non va e bisogna provarne un altro. Dopo uno o più tentativi, li si può organizzare per esempio secondo un numero crescente di bambini.

n. bambini (B) 2 3 4 5 6 **7** 8 9 10 11

3B + 2 8 11 14 17 20 **23** 26 29 32 35

4B – 5 3 7 11 15 19 **23** 27 31 35 39

(I tentativi precedenti sono presentati in forma “completa” o “esperta” con la padronanza delle caratteristiche “un multiplo di 3 più 2” e “5 di meno di un multiplo di 4”. Essi permettono di convincersi dell’unicità della soluzione “7 bambini, 23 albicocche”. Le produzioni degli allievi sono in generale meno “regolari” o meno esaustive e possono lasciare delle incertezze con aspetti casuali della ricerca della soluzione).

Oppure: partire dal numero di albicocche possibili per ciascuna distribuzione ed elencarli. Le due liste di numeri che valgono 2 di più di un multiplo di 3 (5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, …) e/o 5 di meno di un multiplo di 4 (3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, …) si situano questa volta all’inizio della procedura di risoluzione (mentre nella procedura precedente, si situavano alla fine). Si trovano dei numeri comuni: 11, 23, 35, … Il compito è allora quello di verificare per ciascuno di questi “candidati”, quello che dà lo stesso numero di bambini:

11 albicocche; 11 = (3 × 3) + 2 = (4 × 4) – 5 ( 3 bambini e 4 bambini) soluzione da scartare

23 albicocche: 23 = (7 × 3) + 2 = (7 × 4) – 5 ( 7 bambini in entrambi i casi) soluzione da tenere

35 albicocche; 35 = (11 × 3) + 2 = (10 × 4) – 5 ( 11 bambini e 10 bambini) soluzione da scartare

con la certezza che 23 è il solo numero di albicocche da tenere.

Oppure: aiutarsi con schemi, tabelle o disegni per rappresentare le parti di ciascuno secondo l’una o l’altra delle procedure precedenti senza peraltro poter descrivere il ragionamento o andare al di là di una verifica.

Oppure: utilizzare delle lettere per formalizzare le relazioni tra i dati del problema. Ad esempio, indicando con A il numero di albicocche e con B quello dei bambini per ciascuna delle due distribuzioni, si ha:

A = 3B + 2 e A = 4B – 5. Ottenere quindi l’equazione 3B + 2 = 4B – 5 e risolverla o per tentativi o per via algebrica:

B – 7 = 0, B = 7 da cui A = 3 × 7 + 2 = 23.

# 12. pennarelli nuovi (Cat. 6, 7, 8)

Il dirigente scolastico di una scuola dell’infanzia ha ordinato dei nuovi pennarelli per l’anno scolastico 2012-2013. La ditta che li fabbrica li confeziona in piccole scatole contenenti ciascuna 8 pennarelli.

Per inviare il materiale alla scuola, l’addetto alla spedizione utilizza:

* scatole medie, che possono contenere esattamente 8 scatole piccole;
* scatole grandi, che possono contenere esattamente 8 scatole medie;

e procede così: quando ha riempito 8 scatole piccole, le mette in una scatola media; quando ha riempito 8 scatole medie le mette in una scatola grande, poi ricomincia con i pennarelli che rimangono.

Alla fine, l’addetto alla spedizione osserva che per preparare l’ordine della scuola sono state utilizzate in tutto, tra piccole, medie e grandi, 85 scatole e che esse sono tutte completamente piene.

Quanti sono i pennarelli che ha ordinato il dirigente scolastico?

Precisate il numero di scatole di ciascun tipo (piccole, medie e grandi) che sono state utilizzate.

Spiegate come avete trovato la vostra risposta.

## ANALisi A PRIORI

### Ambito concettuale

- Aritmetica: raggruppamenti, multipli, potenze

### Analisi del compito

- Comprendere che il numero dei pennarelli ordinati è un multiplo di 8 perché tutte le scatole sono piene e non si hanno pennarelli fuori scatola.

- Comprendere che ogni 8 pennarelli si ha una scatola piccola (sp), ogni 8 sp si ha una scatola media (sm) e ogni 8 sm si ha una scatola grande (sg).

- Ripercorrere il processo di confezionamento delle scatole e rendersi conto che:

quando si è riempita una scatola media sono state utilizzate 9 scatole (8sp + 1sm) e 64(= 8 × 8) pennarelli

quando si è riempita una scatola grande sono state utilizzate 73 scatole (64 sp + 8 sm + 1 sg) e 512 (= 64 × 8) pennarelli.

- Dedurre così che mancano ancora 12 (= 85 – 73) scatole e che quindi i pennarelli sono in numero maggiore di 512.

- Constatare che riempiendo un’altra scatola media, cioè utilizzando ancora 9 scatole (8s p+ 1sm) e 64 pennarelli, si ottengono 82 (= 73 + 9) scatole e 576 (= 512 + 64) pennarelli.

- Dedurre che mancano ancora 3 scatole, che essendo in numero minore di 8, sono senz’altro piccole e quindi si aggiungono altri 24 (= 3 × 8) pennarelli.

- Concludere che il numero dei pennarelli ordinati è 600 = 512 + 64 + 24 quello delle scatole piccole è 64 +8 + 3 = 75, quello delle scatole medie è 8 + 1 = 9 e che c’è un’unica scatola grande.

Oppure, calcolare prima il numero di scatole di ciascun tipo e poi il numero di pennarelli totali (75 × 8 = 600)

**24e RMT PROVA II** marzo-aprile 2016 ©ARMT2016 2

1. Una corsa mattutina (Cat. 3, 4)

Ogni mattina Giovanna si allena a correre nella pista di atletica del suo paese.

In mezz’ora percorre sempre 4 giri di pista.

Domani Giovanna vuole percorrere 10 giri di pista correndo con lo stesso ritmo.

Quanto tempo impiegherà?

Spiegate come avete trovato la risposta.

AnalISI a priori

Compito matematico

Trovare il tempo di percorrenza di 10 giri di una pista di atletica al ritmo di 4 giri di pista ogni mezz’ora.

Analisi del compito

- Comprendere che “con lo stesso ritmo” significa che in mezz’ora Giovanna percorre sempre 4. giri della pista.

- Dedurre che 2 giri di pista vengono percorsi in un quarto d’ora (metà di mezz’ora).

- Osservare che 10 giri = 4giri + 4 giri + 2 giri e che di conseguenza il tempo necessario per percorrerli sarà dato da ½ h + ½ h + ¼ h cioè un’ora e un quarto (o un’ora e 15 minuti oppure 75 minuti).

Oppure

- Effettuare la decomposizione 10 = 2×4 + 2 e considerare che il tempo per percorrere 10 giri di pista si decompone nello stesso modo, cioè 2 mezze ore più la metà di mezz’ora, cioè 1 h e un quarto.

9. la SQUADRA DI PALLAVOLO (Cat. 5, 6, 7, 8)

Sette giocatori stanno per cominciare una partita di pallavolo. Indosseranno delle magliette che hanno numeri tutti diversi fra loro.

La somma dei numeri di tutte le magliette dei giocatori è minore di 55.

Il capitano ha la maglietta con il numero 5.

Le magliette degli altri giocatori hanno numeri che sono divisori di 36 e soltanto due sono dispari.

Questi sei numeri possono essere raggruppati in tre coppie, in ciascuna delle quali un numero è doppio dell’altro.

**Quali potrebbero essere i numeri scritti sulle magliette dei sette giocatori?**

**Spiegate come avete fatto a trovarli.**

**AnalisI a priori**

**Compito matematico**

Determinare sei diversi divisori di 36, due dei quali dispari, la cui somma sia minore di 50 e tali che individuino tre coppie di numeri uno il doppio dell’altro.

**Analisi del compito**

- Capire che occorre determinare sei numeri diversi fra loro e diversi da 5 la cui somma deve essere minore di 50. (avendo sottratto dalla somma totale 55 il solo numero noto, 5).

- Elencare tutti i divisori di 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 e individuare le coppie di numeri di cui uno è doppio dell’altro: (1, 2); (2, 4); (3, 6); (6, 12); (9, 18); (18, 36).

- Comprendere che la coppia (18, 36) è da scartare poiché la somma dei due numeri è 54, quindi da sola supera il limite 49 assegnato allasomma dei sei numeri.

- Individuare tra le cinque coppie rimanenti i gruppi di tre coppie in cui i numeri siano tutti diversi tra loro:

(1, 2); (3, 6); (9, 18) - (1, 2); (6, 12); (9, 18) - (2, 4); (3, 6); (9, 18).

Nei tre casi la somma dei sei numeri è minore di 50 (39 nel primo, 48 nel secondo e 42 nel terzo), ma i numeri dispari devono essere due, quindi restano i due gruppi: (1, 2); (6, 12); (9, 18) - (2, 4); (3, 6); (9, 18).

* Concludere che i numeri scritti sulle magliette dei sette giocatori possono essere:

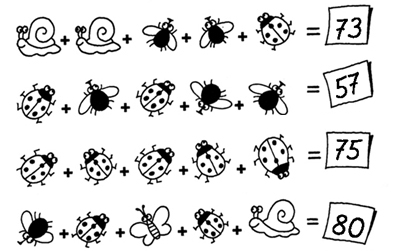
1, 2, 5, 6, 9, 12, 18 oppure 2, 3, 4, 5, 6, 9, 18.

**4. CERCATE LA BESTIOLINA** (Cat. 3, 4, 5)

Ecco qui sotto delle addizioni molto strane.

I numeri sono stati sostituiti da delle bestioline: chiocciole, mosche, coccinelle e una farfalla.

Ogni bestiolina sostituisce sempre lo stesso numero.



**Trovate a quale numero corrisponde ogni bestiolina.**

**Mostrate come avete trovato la vostra risposta.**

**analisi a priori**

**Compito matematico**

Trovare quattro numeri che compaiono in quattro somme assegnate di cinque addendi ciascuna.

**Analisi del compito**

* Capire che ciascuna bestiolina disegnata rappresenta uno stesso numero.

Procedere per deduzione :

* + Osservare i disegni e comprendere che occorre cominciare dalla terza riga in cui compaiono solo cinque coccinelle e dedurre il numero corrispondente a una coccinella: 75: 5 = 15 o 5 ×15 =75;
  + Proseguire con la seconda riga, riscriverla sostituendo le due coccinelle con il loro valore (15 +15 o 15 × 2 = 30)  e dedurre che 3 mosche valgono 27 (57 – 30 = 27) e che quindi una mosca corrisponde a 9 (27 : 3 = 9 o 3 × 9 = 27);
  + Proseguire con la prima riga, riscriverla sostituendo sia le coccinelle che le mosche con il loro valore (9+ 9 +15 o 2 × 9 + 15 = 33; dedurre così il valore di due chiocciole (73 – 33 = 40) e il valore di una sola, 20 (40 : 2 = 20 o 2 ×20 = 40)
  + Terminare con la quarta riga, riscriverla sostituendo la mosca, le due coccinelle e la chiocciola con il loro valore (9 + (2 x 15) + 20 = 59) e dedurre che il numero corrispondente alla farfalla è 21 (80 – 59 = 21).

Oppure:

* Procedere per tentativi non organizzati e attribuire un numero a ciascuna bestiolina, poi verificare se i numeri scelti rendono vere le quattro uguaglianze (procedura che ha poche possibilità di riuscita).

Oppure: .

* Utilizzare una procedura mista fatta di deduzioni parziali e tentativi, per esempio cominciare a scegliere il numero corrispondente alla coccinella a partire dalla terza uguaglianza …

**12. collezione di cartoline** (Cat. 6, 7, 8)

Rita e Roberta collezionano cartoline. Rita ne ha 200 e chiede a Roberta quante cartoline possiede.

Roberta le risponde:

* ne ho meno di 200,
* se le prendo due a due, oppure tre a tre oppure sette a sette, ne avanza sempre una,
* se le prendo cinque a cinque, non ne avanza nessuna.

**Qual è il numero delle cartoline collezionate da Roberta?**

**Spiegate come avete trovato la soluzione.**

**Analisi a priori**

**Compito matematico**

Cercare tutti i numeri minori di 200 che siano divisibili per 5 e tali che i resti delle divisioni per 2, per 3 e per 7 siano uguali a 1

**Analisi del compito**

* Comprendere che il numero è minore di 200
* Capire dall’ultima frase che il numero è un multiplo di cinque: elencarli tutti fino a 195; eliminare il 5 perché non si può formare un gruppo di 7 cartoline; eliminare tutti i multipli di 2 (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190); eliminare tutti i multipli di 3 (15, 45, 75, 105, 135, 165, 195); eliminare tutti i multipli di 7 (35, 175).
* Rimangono: 25 – 55 – 65 – 85– 95 – 115 – 125 – 145 – 155 – 185. Tra questi l’unico che rispetta tutte le condizioni è 85. Tale procedura può essere seguita anche partendo da 200.

Oppure:

* Secondo la seconda condizione, determinare il minimo comune multiplo di 2, 3, 7 cioè 42. Poi aggiungere 1 a 42 e a tutti i suoi multipli minori di 200 per ottenere le possibili cartoline di Roberta: 42+1 = 43; (42 × 2) +1 = 85; (42 × 3) + 1 = 127; (42 ×4) + 1 = 169
* Verificare che solo 85 rispecchia la terza condizione.

Oppure:

* Confrontare i multipli comuni di 2, 3, 7: (42, 84, 126, 168) con i multipli di 5 immediatamente successivi (45, 85, 130, 170).
* Verificare che solo 85 rispecchia la seconda condizione: i resti delle divisioni per 2, per 3, per7 sono uguali a 1.

Oppure:

* Comprendere che il numero è multiplo di 5 e che termina con 5, poiché non è multiplo di 2.
* Comprendere che occorre individuare un multiplo di 7, di 3 e di 2 che abbia 4 alle unità, a cui andrà aggiunto 1.
* Scoprire che solo 84 risponde a queste caratteristiche e concludere che le cartoline di Roberta sono 85.

# 1. Le rondini (Cat. 3) (XXIII prova 1)

Sui fili della luce si sono posate numerose rondini. Quando Lorenzo si sveglia, apre la finestra della sua camera. 17 rondini volano via.

Dopo un po’, 12 rondini raggiungono quelle che sono rimaste sul filo.

Da dietro la finestra della sua camera, Lorenzo, conta le rondini che sono ora posate sul filo elettrico. Ce ne sono 36.

Quante rondini si trovavano sul filo della luce un attimo prima che Lorenzo aprisse la finestra?

Spiegate come avete fatto a trovare la vostra risposta.

## ANALisi A PRIORI

### Compito matematico

- Trovare lo “stato iniziale” in una situazione dove lo “stato finale” (36) è il risultato prima di un decremento   
(-17) e poi di un incremento (+12)

### Analisi del compito

- Riconoscere l’ordine cronologico e le variazioni tra gli stati successivi di una grandezza. Stato iniziale: apertura della finestra con un numero sconosciuto di rondini – partenza di 17 rondini (prima trasformazione) e stato intermedio più piccolo dello stato iniziale – arrivo di 12 rondini ( seconda trasformazione) e stato finale di 36 più grande dello stato intermedio. Identificare l’incognita: stato iniziale.

- Tradurre le trasformazioni nelle operazioni eseguite e effettuare i calcoli corrispondenti oppure operare su dei disegni o degli oggetti ricorrendo al conteggio:

* Sia nell’ordine cronologico, per tentativi successivi con un’ipotesi di partenza (per esempio 20 – 17 + 12 = 15, « troppo piccolo », ... per arrivare a 41 – 17 + 12 = 36 !)
* Sia tornando indietro nel tempo a partire da 36, essendo ben coscienti che si tratta di utilizzare le operazioni inverse delle precedenti : 36 – 12 + 17 = 41.
* Si può anche fare il bilancio delle due trasformazioni: « diminuzione di 5 (17 – 12)  rispetto allo stato iniziale».