

Emergenza Matematica 2009 - I.C. "G.Marconi", Castelfranco

Risultati della Sperimentazione e Prospettive

a cura dei docenti tutor junior del progetto: L.Marchesini, M.Pelillo, M.Persico

Soggetti coinvolti nella sperimentazione:

classi III, IV e V della scuola primaria; I e II della scuola secondaria di I grado

	III	IV	V	I	II	Tot
N° classi	7	5	8	3	3	26
N° alunni	142	105	178	69	76	570

Sperimentazione:

Somministrazione della scheda contenente il testo di due problemi

1. IL THE

Nell'etichetta di un pacchetto di the è scritto:

64 filtri
108 grammi

Quanti grammi di the si acquistano comprando quel pacchetto?

A. 6912
 B. 180
 C. 172
 D. 108

2. LA DISTANZA

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.
Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

.....
.....
.....
.....

Nome
Cognome
Classe

Tempo a disposizione: 10 minuti

Problema n° 1: IL THE

Nell'etichetta di un pacchetto di the è scritto:

**64 filtri
108 grammi**

Quanti grammi di the si acquistano comprando quel pacchetto?

- A. 6912
- B. 180
- C. 172
- D. 108

Competenze coinvolte (La misura; lettura e comprensione del testo – competenza trasversale):

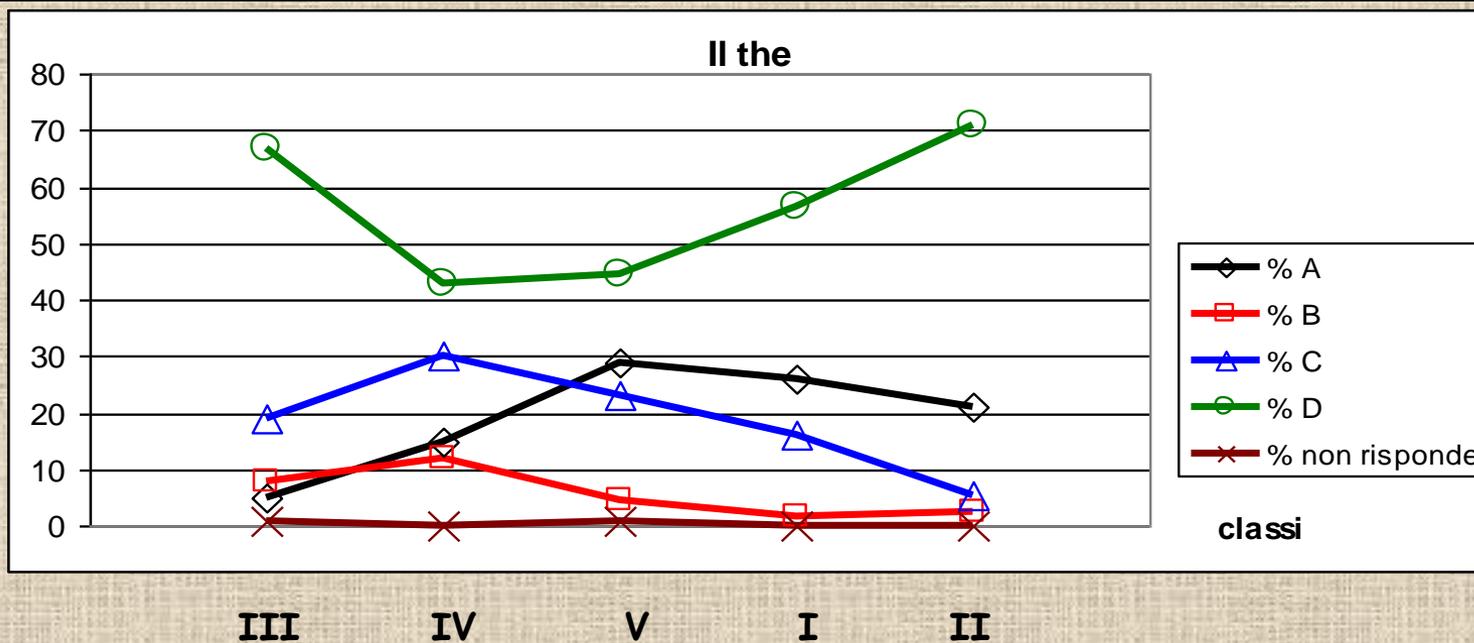
- Decodifica del testo;
- Capacità di contestualizzare un problema;
- Capacità di stimare la misura di una grandezza;
- Uso di modelli standardizzati e non standardizzati nella risoluzione di un problema.

Risposte attese:

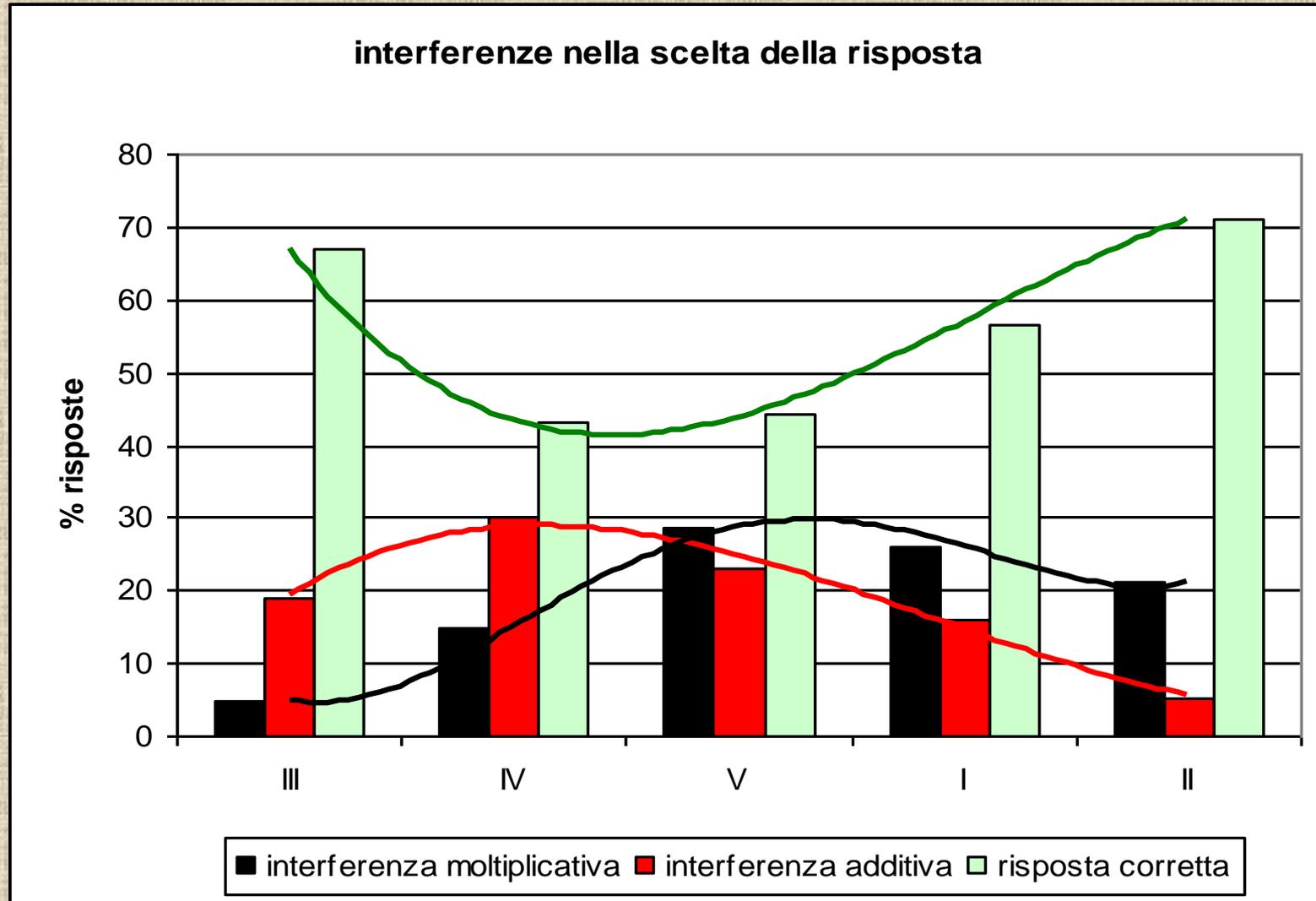
- **A: moltiplicazione dei dati- uso di un modello standard di risoluzione;**
- B: risposta casuale o dettata da lettura superficiale;
- **C: somma dei dati numerici; nessuna relazione con il contesto;**
- **D: risposta corretta,** identificazione del problema come non-matematico;
- nessuna risposta.

Problema n° 1: IL THE - Risultati

	III	%	IV	%	V	%	I	%	II	%
Il the										
A	7	5	16	15	51	29	18	26	16	21
B	11	8	13	12	7	4	1	1	2	3
C	27	19	31	30	41	23	11	16	4	5
D	95	67	45	43	78	44	39	57	54	71
non risponde	2	1	0	0	1	1	0	0	0	0
tot alunni	142	100	105	100	178	100	69	100	76	100
n° classi	7		5		8		3		3	



Problema n° 1: IL THE - Interpretazione dei Risultati I



Problema n° 1: IL THE - Interpretazione dei Risultati II

- **Le risposte di tipo C** indicano la tendenza ad effettuare un'**addizione**;

la risposta non è accettabile dimensionalmente e non è legata al contesto del problema.

Questa tendenza raggiunge un massimo in IV elementare e poi decrese rapidamente.

- **Le risposte di tipo A** indicano la tendenza ad effettuare una **moltiplicazione**;

la risposta è accettabile dimensionalmente ma non è legata al contesto del problema.

I ragazzi non ricostruiscono la situazione-problema oppure non decodificano correttamente il testo.

Questa tendenza raggiunge un massimo in V elementare e poi decrese lentamente.

- **Le risposte di tipo D** indicano la capacità di decodificare il testo, di contestualizzare il problema ed eventualmente di effettuare un controllo dimensionale.

La tendenza indica un rapido miglioramento delle prestazioni dalla IV elementare alla II media anche se il tasso di risposte corrette arriva solo a circa il 70% del totale.

L'elevato numero di risposte corrette in III elementare potrebbe indicare un atteggiamento degli alunni non ancora condizionato dai modelli risolutivi dei problemi standard (di tipo additivo o moltiplicativo).

Problema n° 2: LA DISTANZA

**Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola,
Martina a cinque.
Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra?
Giustifica la tua risposta.**

.....
.....
.....

Competenze coinvolte (ambito: Lo spazio; Il numero; La misura):

- Decodifica del testo;
- Individuazione di dati mancanti nel testo di un problema;
- Capacità di visualizzazione spaziale, collocazione spaziale e orientamento;
- Individuazione di elementi geometrici (distanza come segmento; triangolo come oggetto geometrico individuato da tre punti; circonferenza come luogo dei punti equidistanti da un punto dato);
- Rappresentazione grafica della situazione;
- Capacità di identificare problemi con soluzioni multiple;
- Capacità di individuare e descrivere un intervallo numerico;
- Modellizzazione di una situazione-problema;
- Misura di segmenti.

Problema n° 2: LA DISTANZA - Risposte attese

1. **$5 + 2 = 7$** (somma delle distanze)
2. **$5 - 2 = 3$** (differenza tra le distanze; è una risposta leggermente più evoluta della precedente perché implica un'ipotesi più ragionata di collocazione spaziale)
3. **nessuna risposta** (difficile da interpretare, ma forse indice di un atteggiamento critico rispetto alle due possibili risposte precedenti);
4. **“non si può sapere, dipende, ...”** (è una risposta che indica il superamento della logica dell'allineamento, quindi più evoluta rispetto alle precedenti; in questo caso l'alunno richiede informazioni aggiuntive per giungere ad una risposta oppure manifesta esplicitamente di non possedere gli strumenti necessari alla risoluzione);
5. **tentativo di risoluzione grafica inesatto**, attraverso diverse possibili collocazioni dei punti (è una risposta in linea con la soluzione 4 ma l'alunno indica di utilizzare uno strumento geometrico a supporto di uno aritmetico o in alternativa ad esso);
6. **qualsunque valore tra 3 e 7** (è la risposta più avanzata, ma vanno specificati lo strumento risolutivo adottato e la rappresentazione):
 - 6a. soluzione aritmetica (tra 3 e 7 come differenza e somma dei numeri iniziali);
 - 6b. soluzione geometrica (come generalizzazione di casi particolari ed eventuale misurazione con il righello oppure attraverso la costruzione di circonferenze);
 - 6c. rappresentazione dell'intervallo con i simboli di $>$ $<$ \geq \leq .
7. **altre risposte divergenti.**

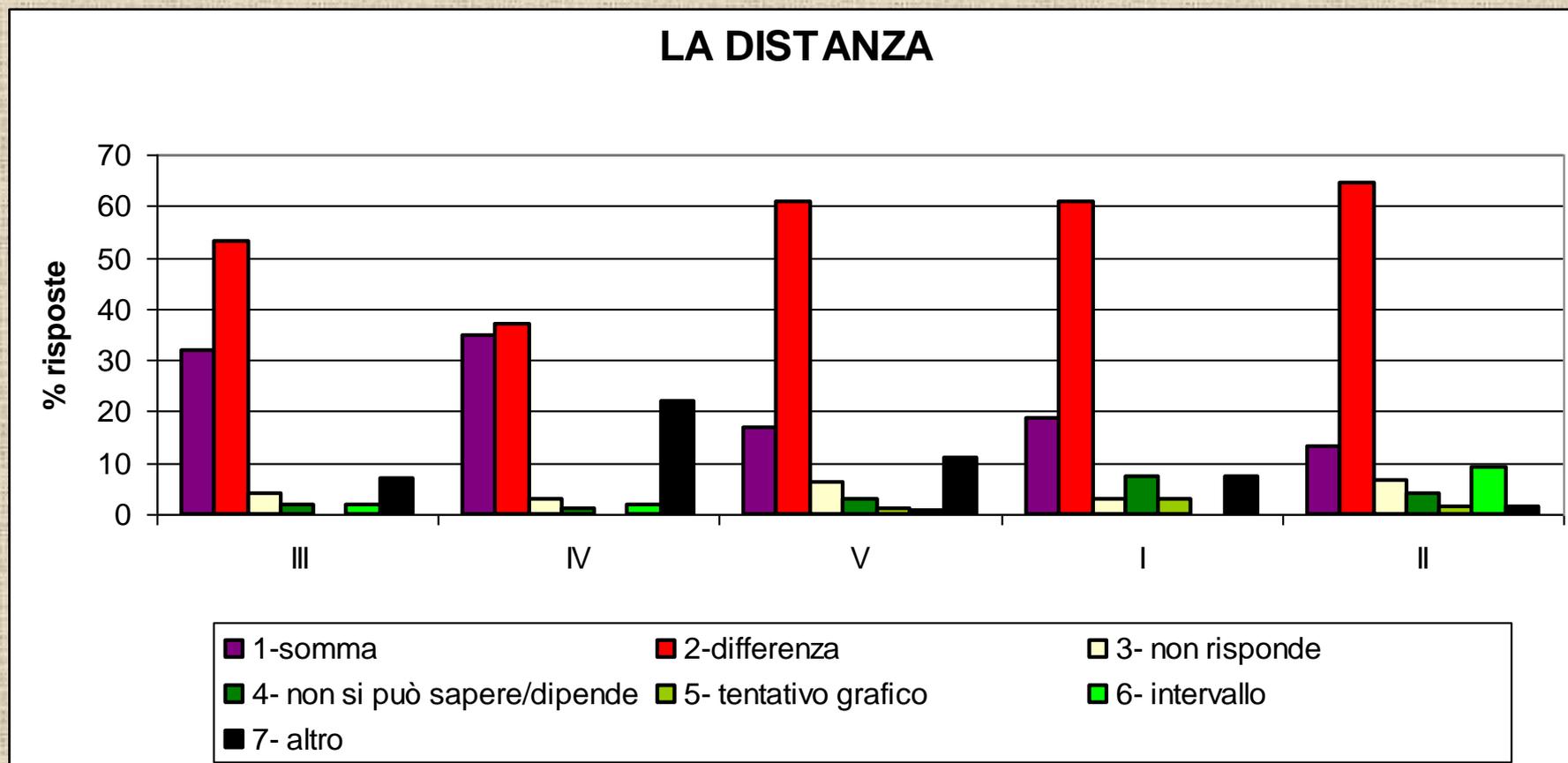
Problema n° 2: LA DISTANZA - Risultati in tabella

	III	%	IV	%	V	%	I	%	II	%
La distanza										
1-somma	45	32	37	35	31	17	13	19	10	13
2-differenza	75	53	39	37	109	61	42	61	49	64
3- non risponde	6	4	3	3	10	6	2	3	5	7
4- non si può sapere/dipende	3	2	1	1	6	3	5	7	3	4
5- tentativo grafico	0	0	0	0	2	1	2	3	1	1
6- intervallo	3	2	2	2	1	1	0	0	7	9
7- altro	10	7	23	22	19	11	5	7	1	1
tot alunni	142	100	105	100	178	100	69	100	76	100
n° classi	7		5		8		3		3	

Le risposte corrette di tipo 6 sono rarissime

Le risposte di tipo 4 e 5 (che possono indicare l'abbandono delle strategie risolutive tipiche del modello lineare) sono anch'esse molto rare

Problema n° 2: LA DISTANZA - Risultati in grafico

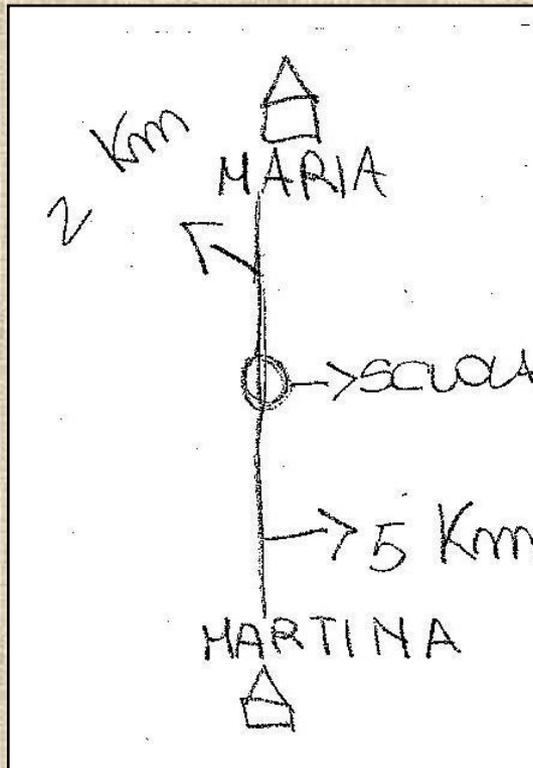


In III e IV elementare: SOMMA e DIFFERENZA

In V elementare, I e II media: DIFFERENZA

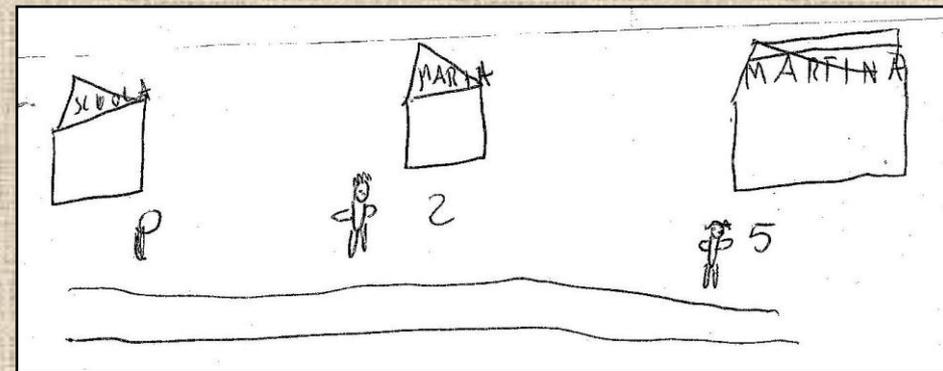
Problema n° 2: LA DISTANZA - Interpretazione dei risultati I

SOMMA e DIFFERENZA: Le due case e la scuola sono 3 punti allineati



SOMMA: la scuola è in mezzo

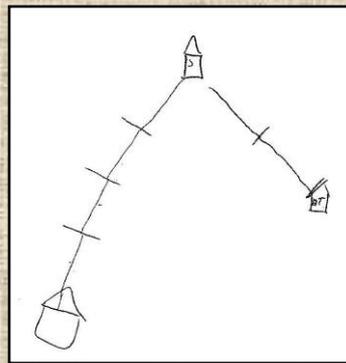
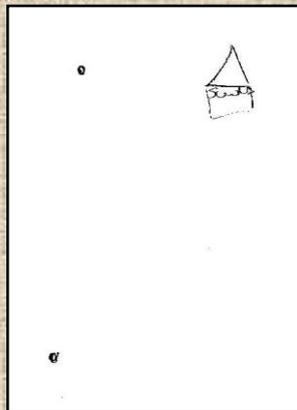
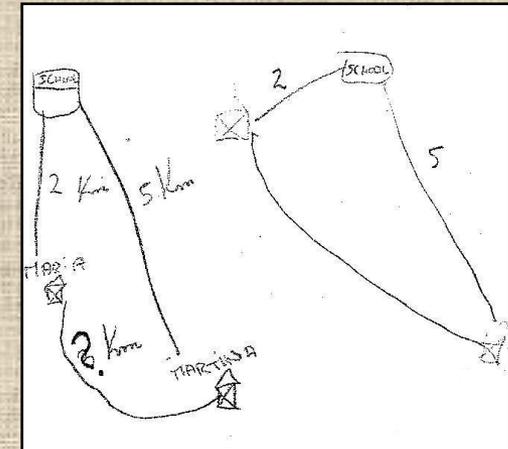
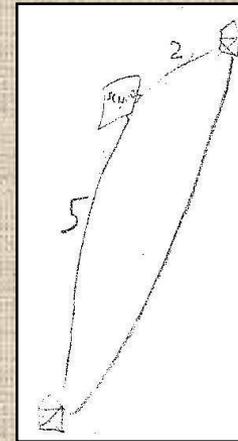
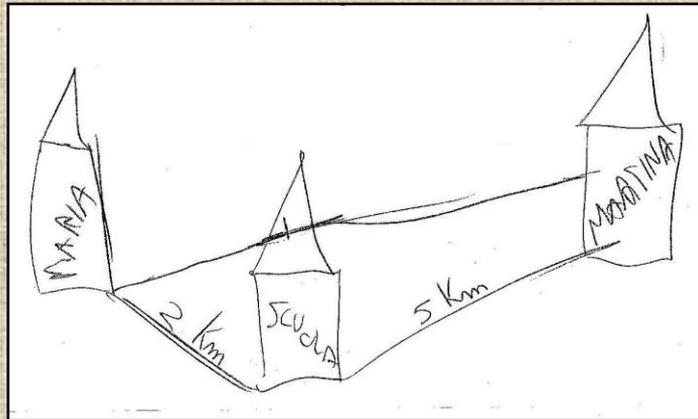
DIFFERENZA: la casa di Maria è in mezzo



Rappresentazioni di alunni di V elementare

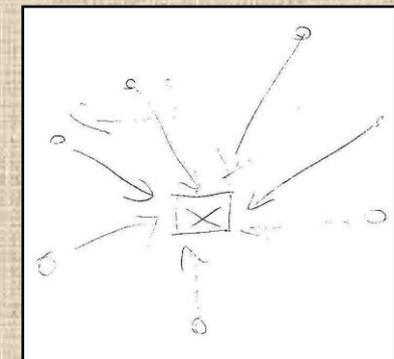
Problema n° 2: LA DISTANZA - Interpretazione dei risultati II

TENTATIVI GRAFICI di ABBANDONO DEL MODELLO MONODIMENSIONALE



Gli oggetti tendono a diventare punti,
le distanze segmenti ...

ma è ancora assente una
modellizzazione geometrica più
avanzata.



Rappresentazioni di alunni di V elementare e I media

Problema n° 2: LA DISTANZA - Interpretazione dei risultati III

Alcune risposte verbali più avanzate

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

NON SI PUO' UN PUNTO DI RIFERIMENTO DA DOVE ABITA
MARTINA E MARTINA NON SI PUO' FARE

(III) Ricerca di un "punto di riferimento"

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola; Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

NON SI MISURANO QUANTO SONO DISTANTI PERCHÉ DOVREBBE ESSERE
SOTTO LA PERSPECTIVA, SE NON SI SA DALLA CASA NON SI PUO' MISURARE
LA DISTANZA

(V) Non si può sapere/dipende

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

1. MARIA E MARTINA ABITANO A 3 Km DI DISTANZA
2. MARIA E MARTINA ABITANO A 7 Km DI DISTANZA
HO SCELTO DUE RISPOSTE PERCHÉ SECONDO ME QUESTE DUE RISPOSTE SONO
CORRETTE

(V) Modello monodimensionale con abbandono dell'unicità della soluzione

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

ABITANO LONTANE FINO A 7 km SOTTO QUALSIASI DIREZIONE
CALCOLANO QUANTI CHILOMETRI SI METTONO COL CARROZZINO O COL

(V) Identificazione di molteplici soluzioni possibili ("fino a 7 km")

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.

Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

NON SI PUO' SAPERE PERCHÉ MARTINA PUO' ESSERE LONTANA
DALLA SCUOLA CINQUE CHILOMETRI IN TUTTE LE DIREZIONI
NON SAPPREMO DA CHE PARTE È RISPOSTO A MARIA

(I) "Può essere lontana in tutte le direzioni"

Problema n° 2: LA DISTANZA - Interpretazione dei risultati IV

Alcune risposte in II media

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.
 Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

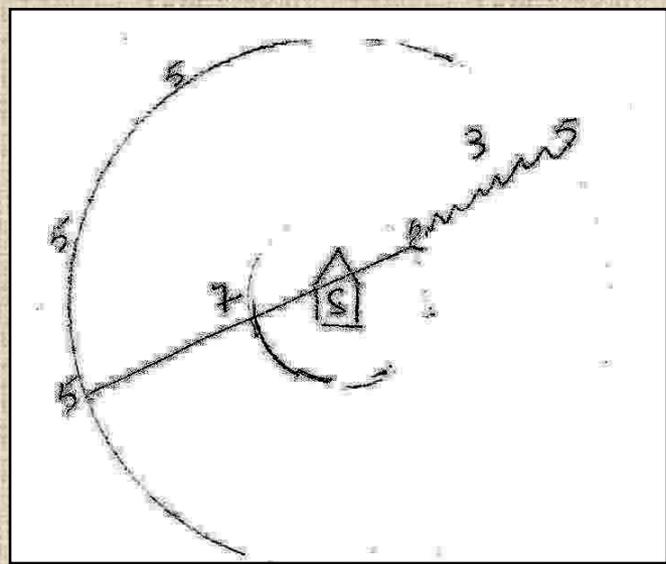
CINQUE. PERCHÉ NON DICE CINQUE DALLA ?

(II) Contestazione del testo:
 "Cinque km da cosa?"

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque.
 Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

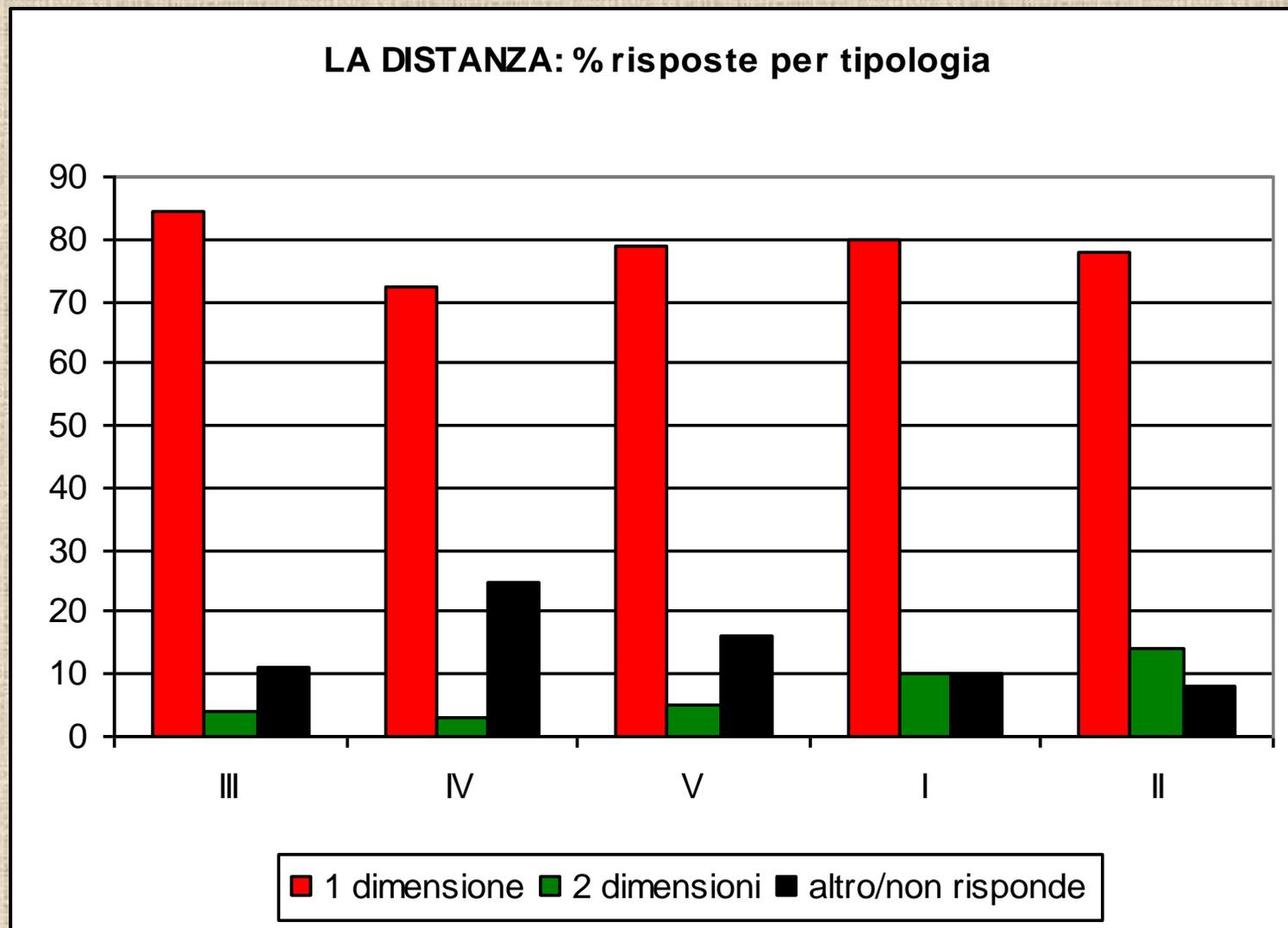
MARTINA ABITA 3 km PIU' LONTANO DI MARIA. RIS. PETTO ALLA SCUOLA... QUINDI SE FOSSERO SULLA STESSA VIA DIVERBERO 3 km l'una dall'altro, MA SE ABITASSERO SU VIE DIVERSE LA DISTANZA VAREBBE A 7. 3 ≤ x ≤ 7

(II) Quattro studenti definiscono l'intervallo corretto delle soluzioni: $3 \leq x \leq 7$

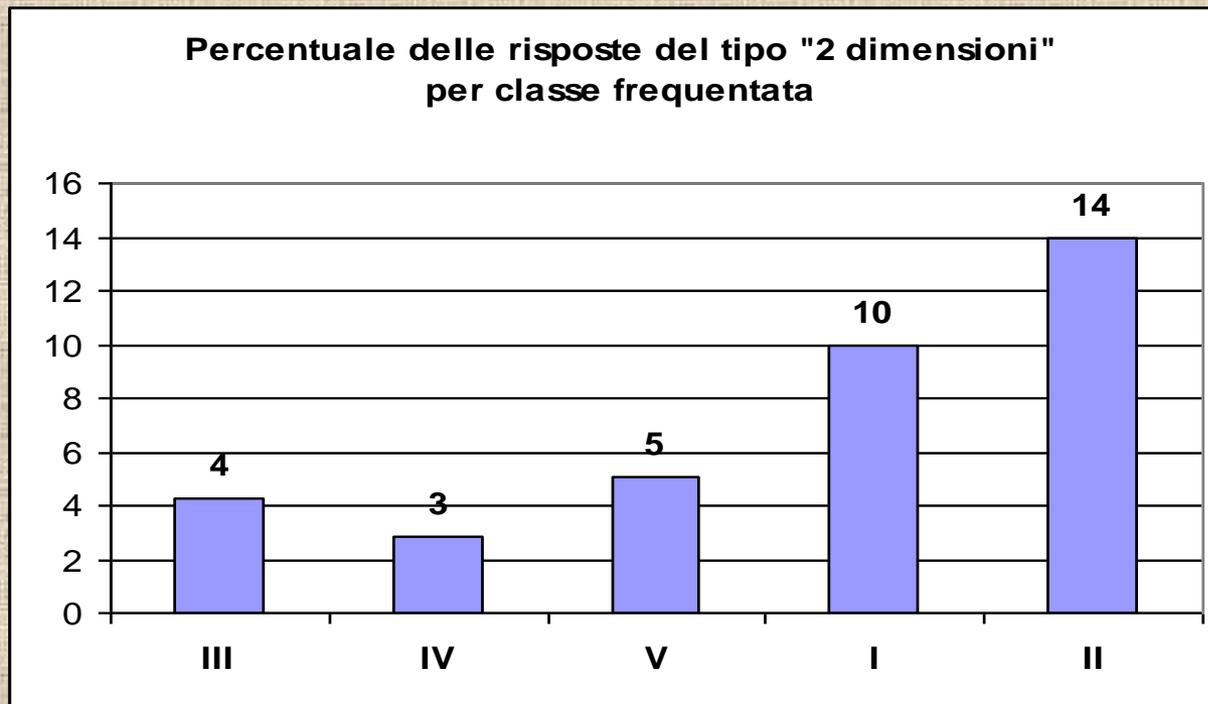


(II) Un solo ragazzo disegna le due circonferenze concentriche intorno alla scuola e giustifica l'esistenza di molteplici possibili soluzioni

Problema n° 2: LA DISTANZA - Interpretazione dei risultati IV



Problema n° 2: LA DISTANZA - Interpretazione dei risultati V



- L'evoluzione verso risposte che adottano un modello bidimensionale è positiva dalla III elementare alla II media ma ancora troppo limitata
- I tentativi di modellizzazione geometrica sono rari e spesso "ingenui" (prevale ancora il "disegno" sul "modello")
- L'idea di una possibile molteplicità di soluzioni di un problema (o di un intervallo di soluzioni possibili) è praticamente assente nella cultura scolastica dei nostri alunni

CHE FARE?

Possibili direzioni d'intervento:

- Decodifica del testo/comprendione
- Dal "problema" alla "situazione problematica"
- Problemi con 1, molteplici, infinite soluzioni
- Strategie di controllo delle soluzioni (Stima, approssimazione, previsione)
- Rappresentazione geometrica di situazioni problematiche
- Rappresentazione verbale e formale di intervalli numerici
- Traduzione di espressioni verbali nei linguaggi della matematica
- Raccordo tra metodi di rappresentazione -----> modellizzazione