Istituto Comprensivo "G.Marconi", Castelfranco Emilia

LABORATORIO SULLE SUCCESSIONI NUMERICHE CON L'USO DELLA LAVAGNA INTERATTIVA

Classi IA/IB/IC **Periodo: Marzo-Aprile 2009** **Docente: M.Pelillo**
Scuola Secondaria di I grado

Il progetto nasce dall'idea di coniugare un percorso di didattica laboratoriale con l'utilizzo delle TIC (tecnologie dell'informazione e della comunicazione), in particolare della lavagna interattiva multimediale (LIM), di recente acquisizione nell'Istituto.

Il percorso didattico sulle successioni numeriche è basato su un progetto messo a punto dal gruppo di ricerca didattica dell'Università di Modena e Reggio Emilia "**ArAl**" (Percorsi nell'**Ar**itmetica per favorire il pensiero pre-**Al**gebrico)

Riferimenti web: www.aralweb.unimore.it

www.lapasseggiatadiaristotele.it

Obiettivi del percorso didattico

La ricerca di regolarità è un campo fertile per lo sviluppo del pensiero matematico e può essere avviata sin dalla scuola dell'infanzia attraverso la manipolazione e l'osservazione di treni e vagoni, collane, cinture, scarabocchi, sassolini e fregi.

Nella scuola secondaria di primo grado, la ricerca di regolarità in successioni numeriche può aprire la strada a processi mentali di generalizzazione tipici dell'Algebra, attraverso l'introduzione delle lettere per la rappresentazione di numeri e la costruzione di formule.

Nel curricolo scolastico la collocazione delle successioni aritmetiche è la seguente:

Nucleo Fondante **LE RELAZIONI**	**Contenuti essenziali**	**Competenze**
Obiettivi specifici: • Stabilire relazioni tra numeri e oggetti • Descrivere regolarità • Costruire, interpretare e trasformale formule per esprimere in forma generale relazioni e proprietà	Successioni Relazioni tra insiemi	• individuare relazioni tra elementi e rappresentarle • classificare e ordinare in base a determinate proprietà • utilizzare lettere e formule per generalizzare o per astrarre • riconoscere, utilizzare semplici funzioni e rappresentarle

Osservazioni sull'uso della LIM:

La lavagna interattiva multimediale (LIM) consente di utilizzare simultaneamente applicazioni informatiche (programmi di scrittura e di calcolo, video, audio, collegamento alla rete internet) su un grande schermo provvisto di *touch screen*.

Rispetto all'uso del computer (in classe o in aula informatica), la LIM offre il vantaggio di essere uno strumento per la costruzione attiva degli apprendimenti e non solo di riproduzione passiva dei materiali selezionati dal docente e recupera la dimensione dell'attività collettiva già consentita dalla lavagna tradizionale.

Nel percorso didattico svolto nelle classi prime della scuola secondaria, la lavagna interattiva non è stata utilizzata in modo radicalmente diverso rispetto ad una lavagna tradizionale (si scriveva e cancellava con puntatori a forma di pennarello e cancellino), ma inizialmente è sorta qualche difficoltà di adattamento al nuovo strumento: i ragazzi dovevano prestare attenzione a non fare ombra sullo schermo, non dovevano toccare la lavagna con il gomito, potevano scrivere solo uno alla volta, non potevano tenere in mano il cancellino mentre scrivevano, non potevano spostare lo schermo altrimenti il puntatore del pennarello non coincideva più con il tracciato… Sono bastate poche lezioni, tuttavia, per raggiungere un buon livello di confidenza con il mezzo utilizzato.

Se le difficoltà di scrittura sono testimoniate nei file delle lezioni, l'aspetto davvero innovativo dell'uso della lavagna è stato rappresentato dalla possibilità di conservare ogni pagina scritta, da riproporre durante il corso di una lezione e in lezioni successive, per ripercorrere collettivamente il percorso svolto e con la possibilità di modificare il lavoro scritto in qualunque momento.

Il percorso didattico: L'attività si è svolta in 4 ore di lezione per classe (un'ora a settimana per quattro settimane) e si è articolata nella successione di 5 "lavagne" presentate agli alunni. Ogni pagina, contenente una sola domanda era sormontata dalla seguente immagine:

Le domande-stimolo sono le seguenti:

1- **Come potrebbe continuare questa successione?**

2- **Trovate il numero al 34° posto e spiegate come avete fatto a trovarlo**

3- **Come potremmo trovare il numero al 160° posto e al 987° posto?**

4- **Come si può fare per scoprire in quale posizione si trova il numero 466?**

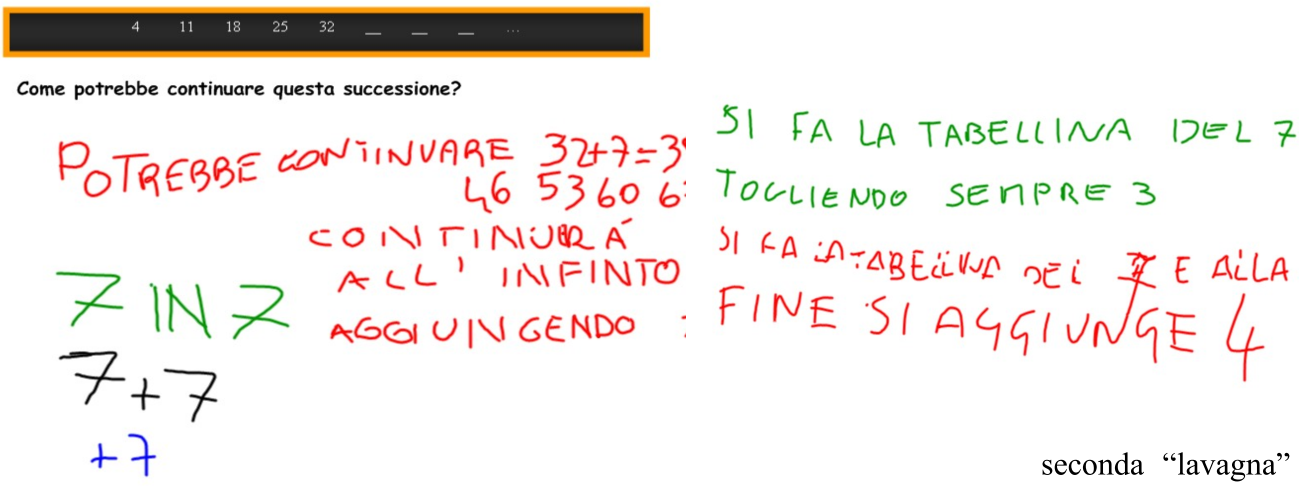
5- **Troviamo le formule inverse**

I ragazzi hanno affrontato le diverse "lavagne" senza ulteriori spiegazioni da parte dell'insegnante, collaborando nella ricerca di strategie risolutive e confrontando le proprie idee, coordinati dal docente nei loro interventi.

Distinguiamo le diverse fasi del percorso:

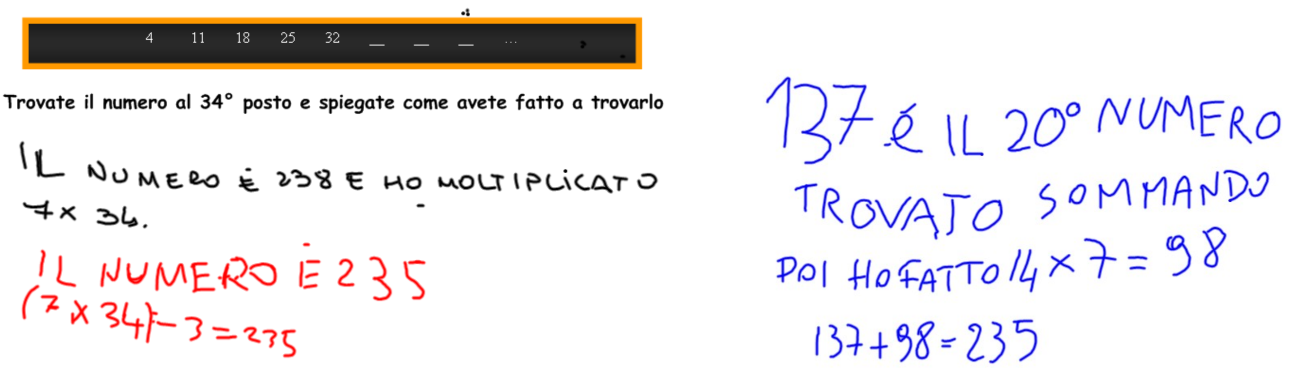
- fase esplorativa;
- fase di costruzione di ipotesi;
- fase di verifica delle ipotesi;
- fase della formalizzazione;
- fase della rappresentazione;
- fase della validazione del metodo.

Durante <u>la fase di esplorazione</u> della successione numerica e <u>la produzione delle prime ipotesi</u>, tutti i ragazzi hanno intuito correttamente la regolarità, ma l'hanno espressa in forme diverse facendo ricorso maggiormente al registro linguistico che a quello numerico o simbolico (di seguito si possono leggere estratti delle "lavagne" originali delle tre classi, che testimoniano anche la difficoltà pratica dei ragazzi nell'uso della LIM):



La seconda "lavagna" è basata sulla <u>produzione di ipotesi concrete</u> (il numero al 34° posto), quindi facilmente verificabili attraverso l'addizione di 7 al numero iniziale, reiterata per 33 volte.

E' in questo ambito che è nata l'esigenza di utilizzare strategie di calcolo per snellire il procedimento:



E' interessante notare, in questa fase, come si accostino strategie elementari (addizione ripetuta) ad altre più avanzate (moltiplicazione), insieme a forme ibride come quella in alto a destra (in blu).

Il problema delle strategie avanzate è che sono più difficilmente controllabili da alcuni alunni; per questo sono nate proposte risolutive diverse, non tutte efficaci:

- $238 = 7 \times 34$
- $(7 \times 34) – 3 = 235$
- $4 + 7 \times 33 = 235$

La discussione nelle classi ha prodotto sempre soluzioni alternative come quelle elencate; in tutti i casi si è giunti a <u>verificare le ipotesi</u> avanzate dai compagni, escludendo il primo tipo di risposta e riconoscendo come entrambe corrette (cioè *equivalenti*) le seguenti due. La scelta della "migliore" tra le due forme equivalenti (o tra versioni analoghe a quelle trascritte) per proseguire nell'attività è stata frutto di negoziazione tra gli studenti di ogni classe ed ha portato a sviluppi formalmente (ma non sostanzialmente) diversi nelle fasi successive.

4 11 18 25 32 _ _ _ ...

Come potremmo trovare il numero al 160° posto e al 987° posto?

n.posto	numero	verso la legge
3	18	3x18−3= 34x7+4
34	235	34x7−3=33x7+4
3	18	7x3 −3=7x2+4
5	32	5x7−3=4x7+4
7	46	7x7−3=6x7+4
1	4	1x7−3=0x7+4
160	1117	160x7−3=159x7+4
987	6906	7x987−3=7x986+4

L’applicazione reiterata delle formule trovate per scoprire quale numero compare in diverse posizioni scelte a caso, ha fatto nascere la consapevolezza dell’esistenza di una relazione di corrispondenza fissa tra numero di posto e numero che occupa quel posto.

La formalizzazione raggiunta con la scelta e l’applicazione delle formule trovate necessitava ancora, però, di una rappresentazione che tenesse conto dell’applicabilità generale delle formule stesse.

E’ in questo momento che è nata l’esigenza di introdurre una lettera (si tratta, naturalmente, di un’”esigenza indotta” da domande-guida dell’insegnante, ma recepita al volo da alcuni alunni di ogni classe). La proposta attesa è arrivata in corrispondenza della seconda lezione, laddove alcuni ragazzi hanno scritto formule di questo tipo:

$$N = P \times 7 - 3 = P \times 7 + 4$$

$$N \qquad (P-1) \times 7 + 4$$

La rappresentazione per mezzo di lettere costituisce un ostacolo per molti ragazzi, ed il gruppo ristretto di alunni che condivideva queste proposte avanzate si è fatto carico di “convincere” gli altri attraverso esempi ed esercizi in cui si sostituivano alle lettere P e N i valori del numero di posto e del numero che occupa quel posto.

Attraverso quest’ulteriore attività di validazione della rappresentazione formale, la classe ha accettato l’introduzione delle formule letterali ed è stata in grado di applicarla a tutte le posizioni della successione. In questa fase si è scoperto che non tutte le formule proposte sono valide (ad esempio N = P x 7 + 4 non porta allo stesso risultato delle altre, quindi è stata scartata).

Il percorso di costruzione di ipotesi, verifica, formalizzazione e validazione è stato ripetuto, nel corso della terza ora di lezione con la “lavagna” successiva dedicata alla ricerca delle formule inverse (qui a lato).

4 11 18 25 32 _ _ _ ...

Come si può fare per scoprire in quale posizione si trova il numero 466?

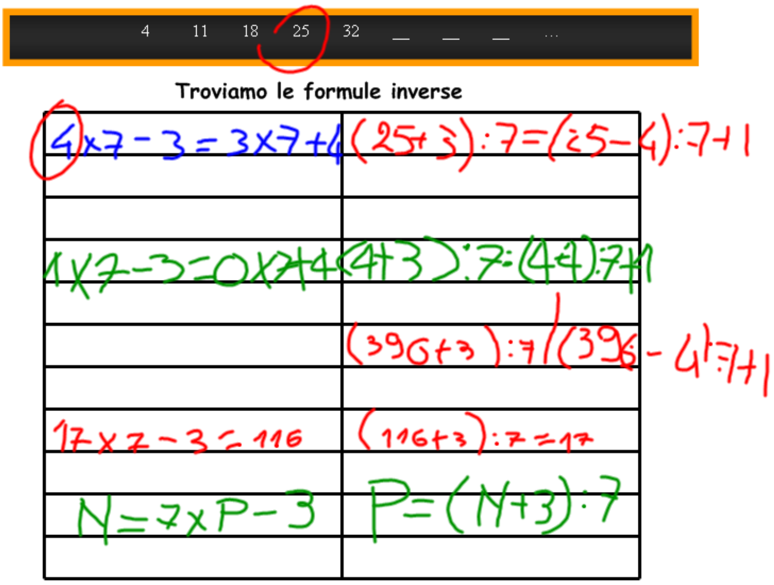
466:7+3=69
465:7−4=62
466:7+1=67
18:7+1=3
32:7+1=5

(466+3):7=67
(466−4):7=66

Anche in questo caso la ricerca di un procedimento per ricavare il numero di posizione (a partire dal numero che occupa il posto) ha richiesto una serie di ipotesi da vagliare attentamente.

Si procedeva per tentativi ed errori e, quando finalmente si è trovata una "formula" numerica che funzionasse per un caso, occorreva verificare che potesse essere generalizzata ad altri casi.

Nella fase finale si sono formalizzate le scritture delle formule inverse e si sono confrontate con quelle dirette; infine si è passati di nuovo (più agevolmente stavolta, rispetto al caso delle formule dirette) alla rappresentazione letterale di entrambe (indicando con N e P il numero e la posizione che esso occupa):



Compiuto il percorso in tre ore, la quarta lezione è stata dedicata all'invenzione di nuove successioni numeriche da parte degli alunni. In questo modo è stato possibile fissare i concetti emersi nelle lezioni precedenti ma anche verificare che il procedimento così duramente messo a punto per una sola successione, in realtà ha un carattere universale e può essere applicato a situazioni diverse.

Nel corso della quarta lezione abbiamo formalizzato definitivamente il percorso svolto utilizzando alcuni esempi delle successioni inventate, ma è stato interessante rilevare la capacità dei ragazzi, coinvolti in un lavoro per loro stimolante, di far emergere nuove situazioni-problema.

In particolare ricordiamo le seguenti:

- La possibilità che il punto di partenza coincida con il "passo"; questa situazione è stata analizzata e i ragazzi sono arrivati facilmente alla conclusione che, in questi casi, le successioni numeriche si riducono alle più banali "tabelline";
- La possibilità che una successione, invece di avanzare, possa "tornare indietro"; anche questo caso è stato considerato e si è concluso che il procedimento per trovare le formule è identico, però, superata una certa posizione, occorrerà lavorare con i numeri negativi;
- La possibilità che una successione possa avanzare di quantità crescenti; è il caso di molte successioni che si basano su leggi più complesse (ad esempio quelle di tipo quadratico) e per questo problema, per il momento la domanda è rimasta aperta richiedendo ulteriori sviluppi del percorso nel prossimo anno.

Molte evidenze positive che sono derivate dal lavoro svolto (partecipazione e motivazione, anche da parte dei ragazzi normalmente meno interessati alle lezioni di matematica, sviluppo delle capacità di confronto e di argomentazione delle proprie idee durante le discussioni collettive) portano a considerare che attività laboratoriali di questo tipo meritino di essere maggiormente sviluppate, sia nei contenuti, sia nel metodo.