



## Percorso didattico metariflessivo sul progetto “L’equilibrio della bilancia”

Il progetto ha coinvolto tutte le eccellenze delle classi quinte della scuola primaria di tutto l'Istituto Comprensivo "G. Marconi" di Castelfranco Emilia (MO) e questo lavoro intende essere una analisi post-azione sull'attività laboratoriale svolta nella sede sulle sezioni ABCD.

Spero risulti utile strumento condiviso di confronto per la convergenza, nell'ottica della verticalità dell'Istituto e delle discipline, verso un processo che valorizza le esperienze delle maestre e degli alunni della scuola primaria e che accompagna gli alunni stessi in un "nuovo" percorso nella scuola secondaria. (il presente documento contempla **100 immagini/foto e 20 video** che documentano il percorso)

Grazie a tutti coloro che ne hanno permesso la realizzazione.

L'attività è completamente centrata sull'**unità 6** dei **Quaderni ArAl**<sup>(1)</sup> a cui ci si riferisce sia come **quadro teorico**, sia come approccio **didattico / metodologico**.

*dedicato alla prof.ssa Sandra Marchi*

*Stefano Barbieri*

<sup>(1)</sup> <http://www.aralweb.unimore.it/> gruppo GREM 1992-1997 Prof.ssa N. Malara Uni-MO in collaborazione con il prof. G. Navarra <http://www5.indire.it:8080/set/aral/> vincitore nel 2001 del concorso Set inserito nelle best practices della scuola italiana, canale e-learning, dell'INDIRE

# Percorso didattico metariflessivo sul progetto “L’equilibrio della bilancia”

## INDICE

[Diario di un'esperienza comune](#)

[Esplorazione](#)

[Contratto didattico](#)

[Proprietà fondamentale](#)

[1° esperimento](#)

[2° esperimento](#)

[3° esperimento](#)

[4° esperimento](#)

[5° esperimento](#)

[Rappresentazioni](#)

[Problemi](#)

[Conclusioni](#)

## Diario di un'esperienza comune



Nell'ottica di una didattica dinamica ed attiva (in tutte le sue componenti) fondata sulla "riflessione del fare", riporto in varie forme multimodali (testo, immagini, video) questa "esperienza comune" (per motivi di "spazio disco" foto e filmati qui saranno riprodotti in bassa risoluzione, se interessati sono disponibili in alta risoluzione)

Con esperienza comune intendo:

- l'esperienza degli alunni di uno stesso gruppo (avendo due gruppi, in totale 4 classi quinte, ho costituito due gruppi e all'interno coppie di lavoro di classi diverse)
- l'esperienza degli alunni dei diversi gruppi (come lettura unica delle diverse o simili modalità di lavoro, approcci, argomentazioni, formalizzazioni)
- l'esperienza mia, assorbita direttamente dal lavoro assieme agli alunni



## Esplorazione



La **prima fase** è stata quella della esplorazione di diverse bilance reali messe a disposizione.

Gli alunni le hanno esplorate, toccate, manipolate, poi ho chiesto loro di esprimere le analogie e le differenze.

Dalle foto, ma soprattutto dal video, si vede l'entusiasmo e la continua dinamica ricerca dell'equilibrio della bilancia







video [Man bil](#) (2': 10")

Ecco cosa hanno poi descritto:

1° 25/01/2019

Abbiamo esplorato alcune bilance.  
 Come sono fatte?  
 Sono costituite da diversi materiali:  
 Una è fatta di: legno, ottone e marmo;  
 la 2° è fatta di: ottone e legno;  
 la 3° è ~~fatta di~~ tutta di ferro  
 e l'ultima è fatta di: vetro, ferro e plastica.

Sono diverse nella forma e nella struttura.  
 Anche il funzionamento è diverso:  
 Quella grande ci dà direttamente il peso (e' un "orologio"  
 e una lancetta che segna direttamente il peso in cifra),  
 ma è limitata al peso massimo di 1 Kg. Non può confrontare  
 due pesi.

Le altre tre permettono il confronto tra pesi <sup>con</sup> oggetti, pe-  
 si con pesi, oggetti con oggetti, pesi e oggetti con pesi, pesi e  
 oggetti con oggetti, pesi e oggetti con pesi e oggetti, niente con  
 niente. Quella grande è una bilancia ~~TOLO BILANCIATA~~, le al-  
 tre tre sono chiamate "bilance a due piatti".  
 Le bilance sono strumenti molto delicati

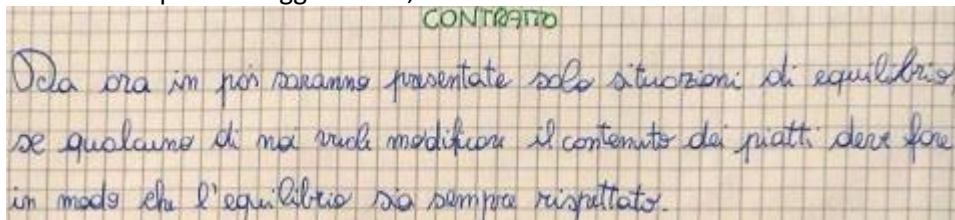
Nelle bilance a due piatti si vuole un certo tempo per  
 raggiungere l'equilibrio (e non è facile)  
 Noi useremo una bilancia artigianale a due piatti.

## Contratto didattico



La bilancia è un mediatore didattico e serve solamente per fissare il concetto di "equivalenza tra i piatti".

Si stabilisce con gli alunni che verranno sempre presentate situazioni di equilibrio (reali o virtuali) in modo da non disperdere l'attenzione sul vero raggiungimento dell'equilibrio della bilancia, ma concentrandosi sempre sulle condizioni di equilibrio e i principi, inizialmente manipolando oggetti reali, che ne derivano.



A tale scopo si utilizza una bilancia artigianale che può essere bloccata proprio perché non è importante ricercare o aspettare l'equilibrio reale della bilancia [video Eq Reale.mp4 \(32"\)](#).

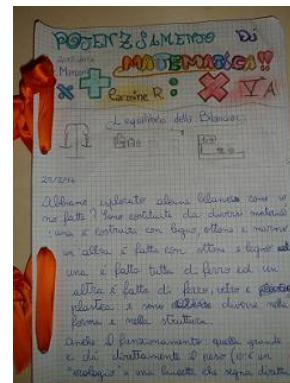
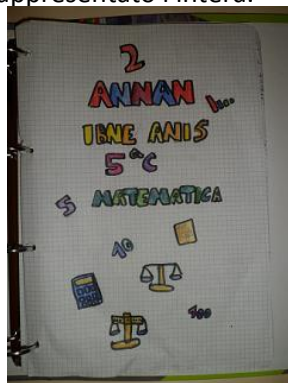


Ogni esperienza (chiamata esperimento) sarà, in sequenza operativa sviluppata il 10 punti:

- 1- descrizione della situazione, sul quaderno, dalla coppia che lavora (prima mediazione tra pari)
- 2- lettura ad alta voce di un componente per coppia (tutti ascoltano tutti e l'insegnante non interviene sulla completezza, correttezza o meno di quanto argomentato)
- 3- revisione collettiva orale (si discute sulla bontà delle affermazioni ascoltate)
- 4- revisione collettiva scritta (il gruppo decide cosa scrivere assieme)
- 5- domanda banale: viene scritta sul quaderno la richiesta intrinseca alla situazione (soprattutto nelle prime esperienze è banale capire quale è il valore dell'oggetto incognito)
- 6- risposta non banale, scritta da ogni coppia sul quaderno (il "gioco" è proprio passare da una domanda banale, come "quanto pesa la scatola di sale" allo sforzo di non rispondere in modo banale con il numero che lo rappresenta, es. 200g, ma di descrivere analiticamente il processo che porta al risultato, sfruttando i principi di equivalenza, oggetti stessi dell'esperienza)
- 7- lettura collettiva della risposta non banale (tutti ascoltano tutti...)
- 8- revisione collettiva orale (come sopra)
- 9- revisione collettiva scritta (come sopra)
- 10- passaggio alla successiva esperienza.

Seguono poi altri momenti liberi di rappresentare /argomentare le varie situazioni proposte.

Per esempio ancor prima di sapere cosa si faceva e vedere alcun oggetto, ho chiesto loro di fare una pagina di frontespizio (copertina) che avrebbe rappresentato l'intera.





È stata anche chiarita la differenza tra masse e peso e il suo utilizzo nel linguaggio comune.

Nei parliamo di "pesi" sui piatti della bilancia, ma in realtà stiamo comparando delle "masse". È anche vero però se sui due piatti abbiamo la stessa massa, i due piatti hanno lo stesso peso. (peso = forza di attrazione gravitazionale verso il centro del pianeta, satellite, stella, ecc...).

### Proprietà fondamentale

Prima di procedere con l'esplorazione degli esperimenti è bene costruire assieme il "principio fondamentale della bilancia".

La domanda stimolo posta agli alunni è: "quali sono le condizioni di equilibrio della bilancia"?

I [video](#) sono molto esplicativi sulla difficoltà che hanno gli alunni di argomentare e sulla capacità di sintesi.

[Condizioni di equilibrio 1' 25](#) - [Condizioni di NON equilibrio 1' 04"](#)

Si raggiunge ben presto collettivamente a:

- 1) Se i pesi nei due piatti sono uguali, allora la bilancia è in equilibrio
- 2) Se nei due piatti non vi è lo stesso peso, allora la bilancia non è in equilibrio
- 3) Se la bilancia è in equilibrio, allora nei due piatti ci sono pesi uguali

Se i pesi sono uguali, la bilancia è in equilibrio.  
Se i pesi non sono uguali, la bilancia non è in equilibrio.  
I principi fondamentali della bilancia

Se la bilancia è in equilibrio allora nei due piatti c'è lo stesso peso.

## 1° esperimento

Viene proposta la seguente situazione (sale vs 200g):



- *descrizione della situazione (coppia/quaderno)*

Essendo la prima descrizione della situazione proposta, non è chiaro per tutti il focus della domanda. Qualcuno svolge correttamente la richiesta, altri avanzano interpretazioni o conclusioni non richieste (come quanto pesa il sale o cosa c'è dentro alle scatole).

- *lettura della descrizione (coppia/tutti)*

Durante la lettura è interessante notare come parlano dei piatti della bilancia in modo estremamente libero; essenzialmente ci sono 3 approcci:

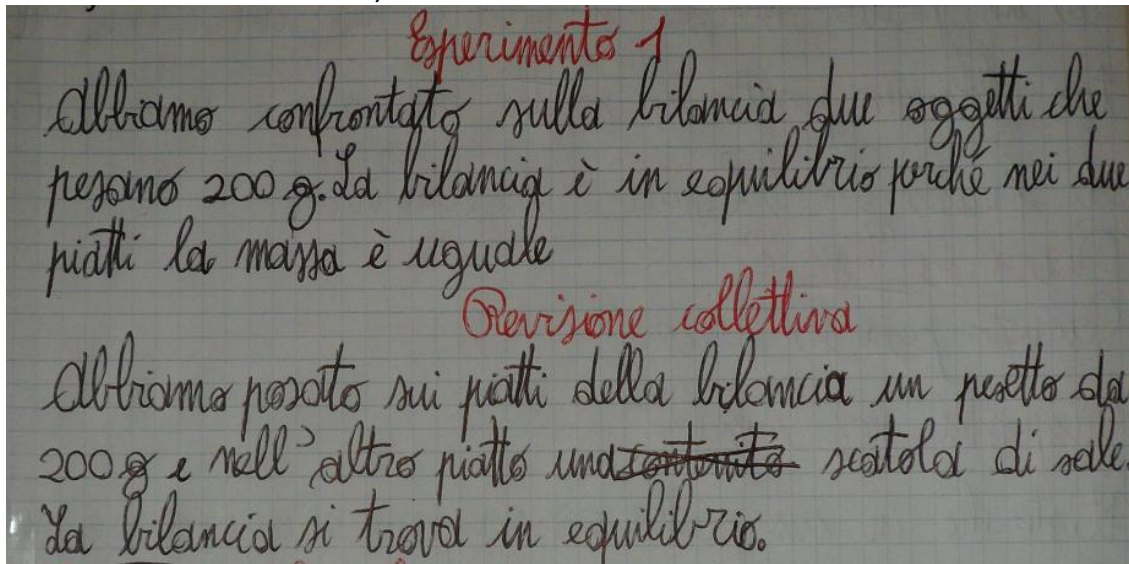
A) su un piatto c'è... e sull'altro...

B) Sul primo piatto c'è... (per qualcuno il sale, e per altri il pesetto da 200g), sul secondo piatto...

C) Sul piatto di sinistra... e sul piatto di destra (altri prima indicano il piatto di destra... e poi quello di sinistra)

Non sono intervenuto nel stabilire la lettura (sinistra, destra, chi è il primo piatto, chi è il secondo e chi lo stabilisce...) aspettando, come è successo poi nelle situazioni successive, che nascesse dagli alunni l'esigenza di "mettersi d'accordo".

- *revisione collettiva descrizione orale / scritta*



- *domanda banale*

Si è formulata la domanda banale "Quanto pesa la scatola di sale?"

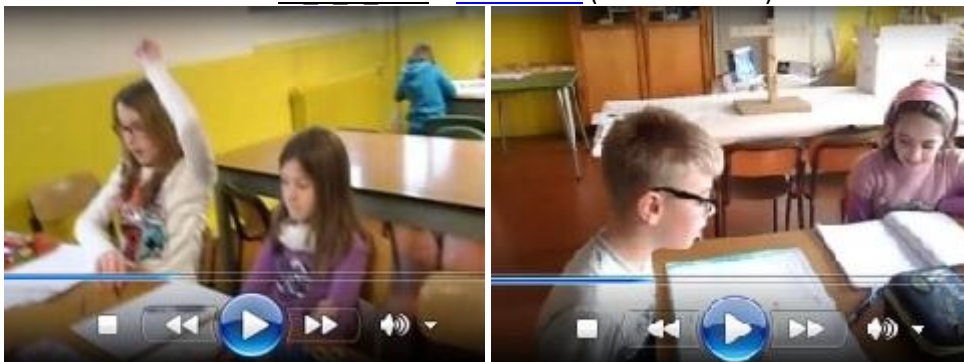
- *risposta non banale (coppia/quaderno):*

Si è enfatizzando nel rispondere sul quaderno in modo NON banale

- *lettura collettiva della risposta non banale (coppia/tutti)*

Significative sono le risposte degli alunni:

Video [Es 1 R NB1](#) e [Es 1 R NB2](#) (1' 25" e 1' 01")



es.

*Peso piatto non bilanciato*  
Visto che la bilancia è in equilibrio, il sale peserà quanto il contenuto dell'altro piatto (cioè 200 g)

che hanno portato alla

- *revisione collettiva orale / scritta*

Video [ES 1 RC1](#) e [Es 1 RC2](#) (13" e 30")



dove si enfatizza il ricorso al principio fondamentale:

*Revisione collettiva*  
1) La bilancia è in equilibrio  
2) Vale il principio fondamentale della bilancia  
3) Nei due piatti <sup>rispetto</sup> ~~è~~ lo stesso peso nei due piatti.  
4) Quindi il sale pesa 200 g.



## 2° esperimento

Viene proposta la seguente situazione (farina ; 50g vs 120g):



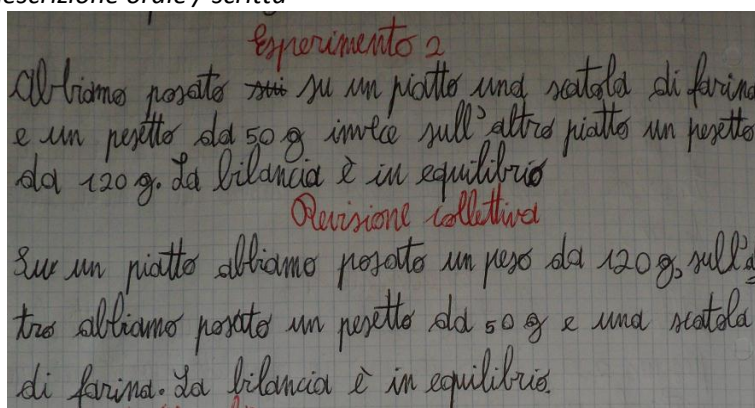
- descrizione della situazione (coppia/quaderno)

Gli alunni sono ancora libero di parlare dei piatti in modo personale (primo, secondo, sinistra, destra, uno l'altro): è importante non vincolare la lettura da sinistra a destra (o viceversa) in quanto l'equivalenza dei piatti è bidirezionale (come del resto la lettura delle equazioni non deve creare lo stereotipo che le uguaglianze valgano se l'incognita si trova sempre a sinistra)

- lettura della descrizione (coppia/tutti)

Dopo la prima esplorazione risulta più facile ora concentrarsi sulla descrizione dell'esperimento e non sulla (banale) richiesta.

- revisione collettiva descrizione orale / scritta



- domanda banale

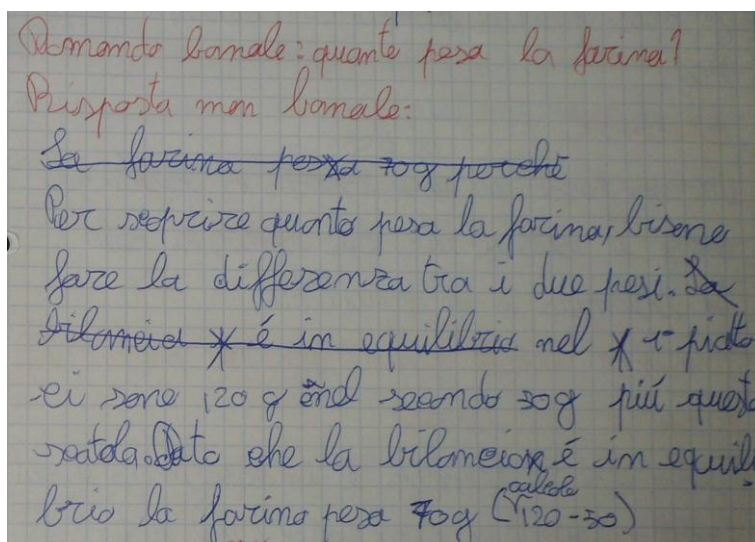
Si è formulata la domanda banale "Quanto pesa la scatola di farina?"



- risposta non banale (coppia/quaderno)

- lettura collettiva della risposta non banale (coppia/tutti)

Come si nota dal video ([Es 2 RNB 1' 43"](#)) c'è lo sforzo di riprendere il principio fondamentale (quasi tutti gli approcci partono appunto dalla situazione iniziale di equilibrio), ma è ancora troppo forte la ricerca del risultato, Gli alunni infatti (anticipando il risultato) tendono a giustificarlo dichiarando l'operazione che permette di determinare il peso della farina (120g - 50g) cadendo nel trabocchetto previsto...





Togliendo 50g al piatto che contiene 120g, si ottiene 70g, ma in questo modo la bilancia non è più in equilibrio!

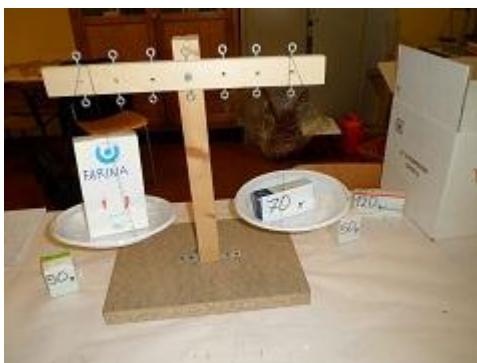


Il video ([Es 2 sott 1 58"](#)) mostra questa "crisi" e la relativa soluzione.

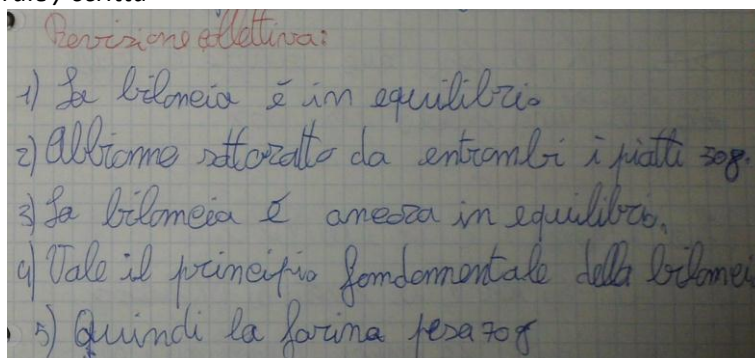
Un grande aiuto è stato sostituire il pesetto di 120g con due pesetti di 50g e 70g (sfruttando la rappresentazione non canonica dei numeri)



Il video ([Es 2 sott 2 34"](#)) mostra facilmente che è necessario togliere 50g "da entrambi i piatti" affinché la bilancia rimanga in equilibrio.



- *revisione collettiva orale / scritta*

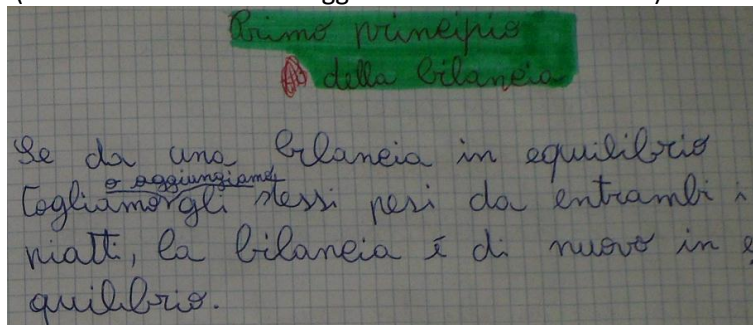


La revisione collettiva diventa uno spunto utile per una prima generalizzazione: la possibilità di togliere 50g o, in realtà, una qualunque quantità da entrambi i piatti.

Si arriva poi facilmente alla formulazione del primo principio della bilancia ([video Es 2 PP 29"](#))



"Se da una bilancia in equilibrio togliamo gli stessi pesi da entrambi i piatti la bilancia rimane in equilibrio" è chiaro che il principio vale anche se "aggiungiamo" stesse quantità, ma verrà ulteriormente generalizzato la lezione successiva... (termine letteralmente "aggiunto" successivamente...)





### 3° esperimento

Viene proposta la seguente situazione (sale ; sale vs 200g):



- descrizione della situazione (coppia/quaderno)
- lettura della descrizione (coppia/tutti)
- revisione collettiva descrizione orale / scritta

Ormai è consolidata la procedura di descrivere solamente la situazione presentata e le tre fasi (produzione a coppia, lettura collettiva, revisione collettiva) ora avviene speditamente.

Gli alunni rimangono ancora liberi di chiamare primo piatto o secondo piatto (indipendentemente se contiene il sale, l'incognita, o il pesetto, termine noto) anche se questo linguaggio risulta ambiguo perchè per qualcuno il primo piatto è quello di sinistra (come si legge in Italia dall'alto sx in basso a dx),

mentre per altri il primo piatto è quello di destra. Si acquista consapevolezza che il linguaggio è meno ambiguo se si parla di piatto sx e piatto dx. L'importante è la lettura bilaterale dell'uguaglianza (da sx a dx e da dx a sx) e decidere assieme un linguaggio comune univoco.

Il video ([Es 3 PiattoSD 1' 58"](#)) mostra come si è gestita questa ambiguità (partendo proprio dalle letture degli alunni) e mostra sia l'elevata attenzione nell'ascolto della lettura dei compagni sia la capacità di decidere rapidamente da parte del gruppo (si ricorda che tutti i video sono stati realizzati, prendendomi tutti i "rischi didattici/linguistici, ecc..." come "buona la prima", ovvero "al buio" senza una seconda registrazione/revisione della stessa cosa...)



In realtà una volta che il gruppo ha stabilito che è meglio parlare di piatto sx o dx, ho invitato un alunno dietro la bilancia e dire chi era per lui il piatto di sx o dx...

Nel secondo video ([Lavoro di gruppo 53"](#)) viene appunto mostrata la concentrazione, l'impegno, la serietà (a parte qualche viedoprotagonista), la capacità di comunicare e lavorare in gruppo ristretto, confrontandosi, rispettandosi e decidendo assieme una argomentazione condivisa.

- domanda banale

Si è formulata la domanda banale "Quanto pesa una scatola sale?"

Ancora una volta la situazione non presenta la difficoltà di sapere quanto pesa una scatola di sale (ovvero, agli alunni si dà la possibilità di sapere già il risultato, quello che in genere assilla sempre i ragazzi, e si offre la possibilità di argomentare sul processo che porta al risultato. Questo permetterà la generalizzazione indipendentemente dal numero di scatole di sale e dal valore del pesetto).

Proprio per questo è stata prevista la "variante all'esperimento 3", dopo presentata e descritta.

- risposta non banale (coppia/quaderno)

- lettura collettiva della risposta non banale (coppia/tutti)

- revisione collettiva orale / scritta

Come era prevedibile tutti suggeriscono di dividere per 2 il valore del pesetto di 200g, ma questo non basta perchè così la bilancia non è più equilibrio ([Video Es 3 div 2 1' 14"](#)). Nasce un conflitto (dovuto alla banalità e prevedibilità del risultato) tra le operazioni da utilizzare: da un lato si "divide"  $200:2$  e dall'altro si suggerisce di "togliere" una scatola ([Video Es 3 sottr 36"](#)).



Si suggerisce allora la variante mettendo 3 scatole in equilibrio con 300g



Nel video ([Video Es 3 div 3 44"](#)) si vede come il problema vien risolto (contro le mie aspettative) brillantemente da una alunna.

Il mio obiettivo era quello di portare il gruppo al secondo principio di equivalenza; l'alunna propone (inconsiamente) la seconda regola di trasporto: basta dividere per il numero delle scatole (quindi rispetto all'equazione di primo grado scritta in forma canonica ha "visto" il coefficiente della incognita!) Si è poi proseguito sulla costruzione collettiva del secondo principio di equivalenza e la sua generalizzazione.

Secondo principio della bilancia *o moltiplicando*  
 Se da una bilancia in equilibrio dividiamo il conte-  
 nuto di entrambi per lo stesso numero, la bilancia rimane in  
 equilibrio



#### 4° esperimento

Viene proposta la seguente situazione (sale ; 150g vs sale ; sale ; sale ; sale):



- descrizione della situazione (coppia/quaderno)
- lettura della descrizione (coppia/tutti)
- revisione collettiva descrizione orale / scritta

La descrizione della situazione non è più un problema (tutti si attengono ai contenuti dei piatti con linguaggio opportuno)

- domanda banale

La domanda, sebbene la risposta banale "quanto pesa una scatola di sale" sia ancora facile, comincia ad essere non troppo banale: si richiede una argomentazione che contempla l'applicazione dei due principi "della bilancia" oltre che il principio fondamentale.

- risposta non banale (coppia/quaderno)
- lettura collettiva della risposta non banale (coppia/tutti)

Riporto il video integrale di questo gruppo classe perché la lettura di tutte le coppie è significativa ([Video Es 4 RNB 3' 59"](#))



Si nota che esistono due tipologie di risposte legate essenzialmente ai "tavoli di lavoro".

Su ogni tavolo ci sono 3 coppie che lavorano in modo indipendente, ma molto probabilmente, all'interno di ogni tavolo, ci sono state "fughe i notizie" (indice di un buon spirito di collaborazione, silenziosa, interna)

- 1) il primo tavolo descrive ed applica bene il primo principio di equivalenza, mentre cade sul secondo.
- 2) il secondo tavolo si lascia attrarre dal risultato (è ancora forte "la ricerca del risultato") e mette come ipotesi la tesi.

- revisione collettiva orale / scritta

Risulta opportuno lavorare oralmente sulla revisione collettiva della classe, prima di giungere ad uno scritto (corretto in ogni sua parte) condiviso ([Video Es 4 RCol 53"](#))



Può essere interessante, per rendersi conto della gestione della classe su questa problematica dicotomica non corretta o parzialmente corretta, confrontare i tempi di registrazione tra i due video (misurando quindi il tempo necessario alla revisione collettiva complessiva sia orale, sia di scrittura condivisa): 19 minuti. (ancora più interessante sarebbe stato registrare tutti gli interventi, ma i mezzi [materiali e operatori..]: i video sono stati auto-realizzati con la mia macchina fotografica, in modalità video..., mentre facevo lezione con loro...).

Alla fine si giunge a qualcosa di molto schematico, chiaro per tutti (che verrà preso a modello delle future esplorazioni)

### Revisione ~~collezione~~

- 1) La bilancia è in equilibrio
- 2) Applico il primo principio della bilancia (togliamo una scatola di sale da entrambi i piatti)
- 3) La bilancia è ancora in equilibrio: nel primo piatto ci sono 150 g invece nell'altro ci sono 3 scatole di sale.
- 4) Applico il secondo principio della bilancia (dividiamo per 3 il contenuto da entrambi i piatti)
- 5) La bilancia resta in equilibrio: nel primo piatto c'è un pezzo da 50 g e nell'altro una scatola di sale ⑧
- 6) Tale il principio fondamentale della bilancia: sui 2 piatti c'è lo stesso peso.
- 7) Una scatola di sale pesa 50 g.



## 5° esperimento

Viene proposta la seguente situazione (270g; riso; riso vs riso; riso; riso; riso; 60g):



- descrizione della situazione (coppia/quaderno)

- lettura della descrizione (coppia/tutti)

- revisione collettiva descrizione orale / scritta

La descrizione della situazione non è più un problema

- domanda banale

La domanda "quanto pesa una scatola di riso", comincia a non essere troppo banale: si richiede comunque una argomentazione che contempla l'applicazione dei due principi "della bilancia" oltre che il principio fondamentale, come condiviso nell'esperimento precedente.

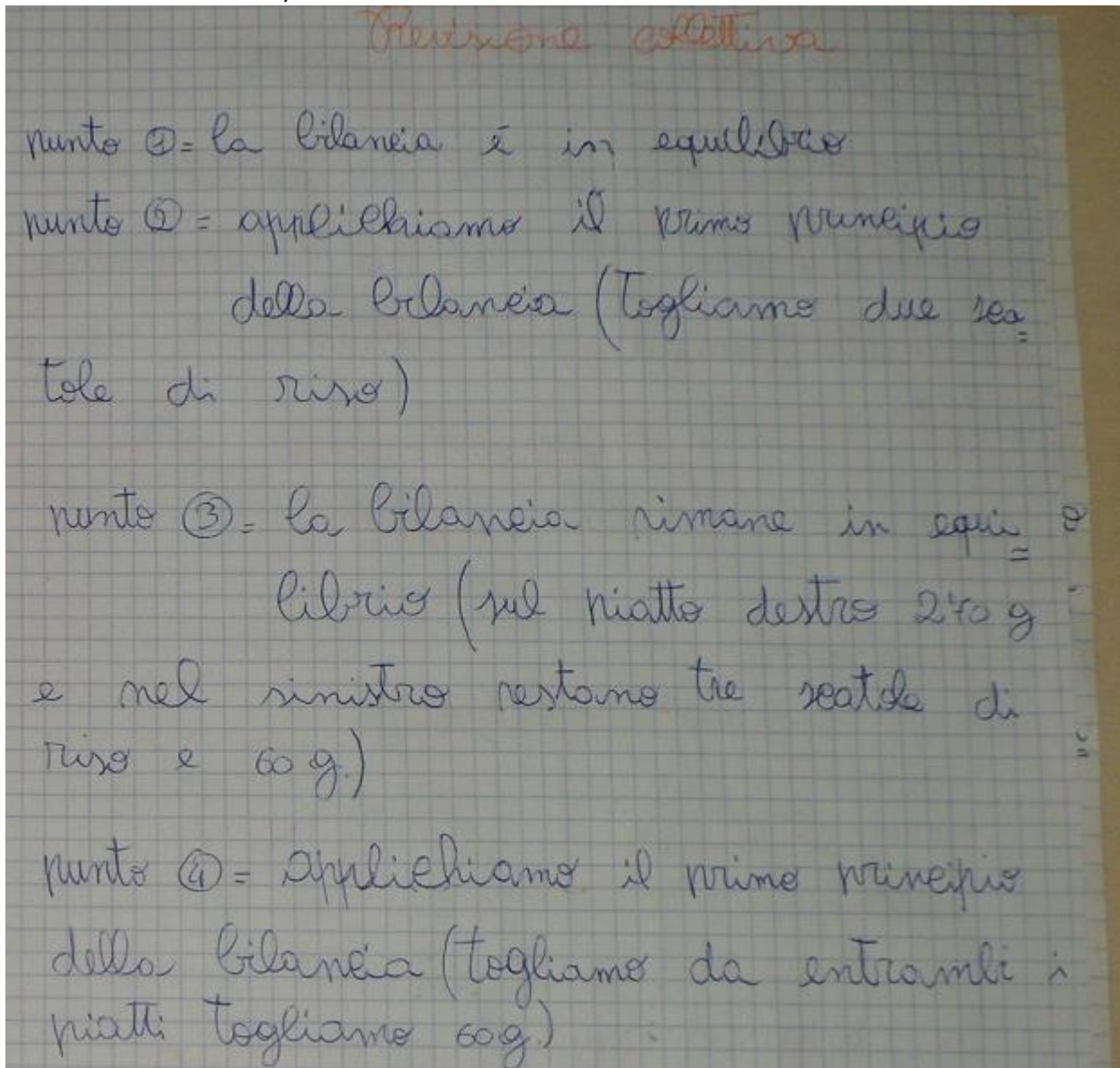
- risposta non banale (coppia/quaderno)

Nel video "alunni al lavoro" ([Al lavoro 1' 2"](#)) si nota la concentrazione, l'impegno, la collaborazione e la condivisione del processo risolutivo richiesto.

- lettura collettiva della risposta non banale (coppia/tutti)

dopo la consueta lettura e discussione di tutte le risposte di ogni coppia si è giunti alla:

- revisione collettiva orale / scritta



punto ⑤: La bilancia rimane in equilibrio (nel piatto di sinistra c'è un 3 scatole di riso e nel piatto di destra ci sono 210g).

punto ⑥: applichiamo il secondo principio della bilancia (dividiamo per 3 il contenuto degli entrambi i piatti.)

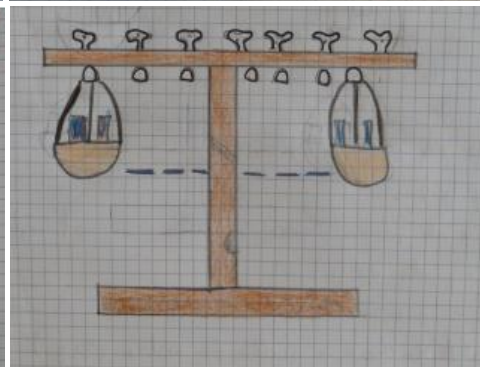
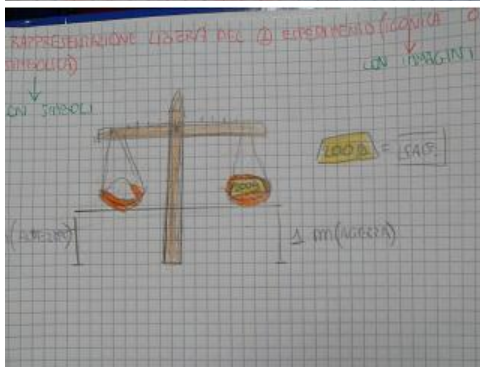
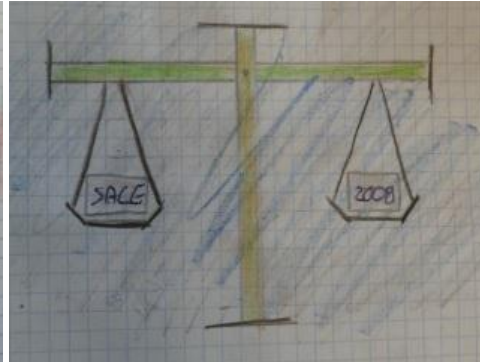
punto ⑦: la bilancia è in equilibrio

punto ⑧: vale il principio fondamentale della bilancia (quindi una scatola di riso pesa 70g.)

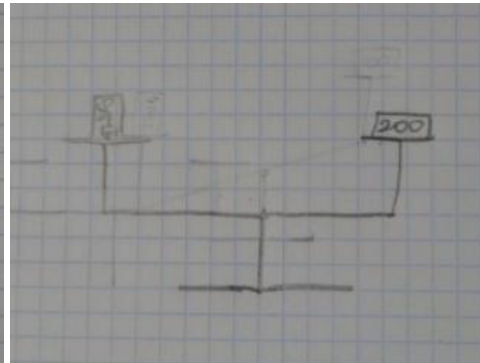
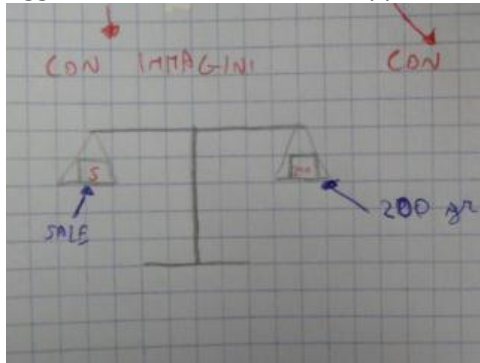
## Dalla bilancia come mediatore didattico alle rappresentazioni

Agli alunni è stata posta la domanda di rappresentare in modo libero, ma iconico/simbolico il primo esperimento. Le rappresentazioni si possono catalogare in base a due approcci diversi (spesso contaminati):  
**1° esperimento**

*Rappresentazione descrittiva*: realistica, dettagliata, abbondante di particolari (l'intento è quello di rappresentare realmente la bilancia, i piatti, le scatole, gli oggetti), *concreta*:

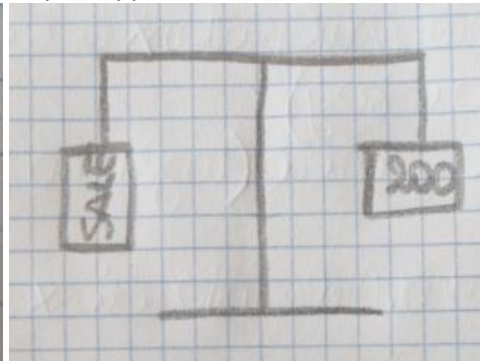
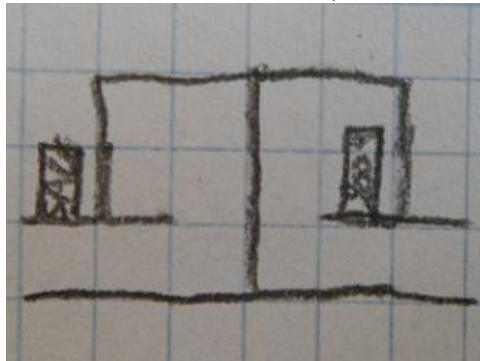


*Rappresentazione interpretativa*: semplice, schematica, essenziale (non è importante l'oggetto in sé, ma il concetto dell'oggetto o un simbolo che lo rappresenta), *astratta*:



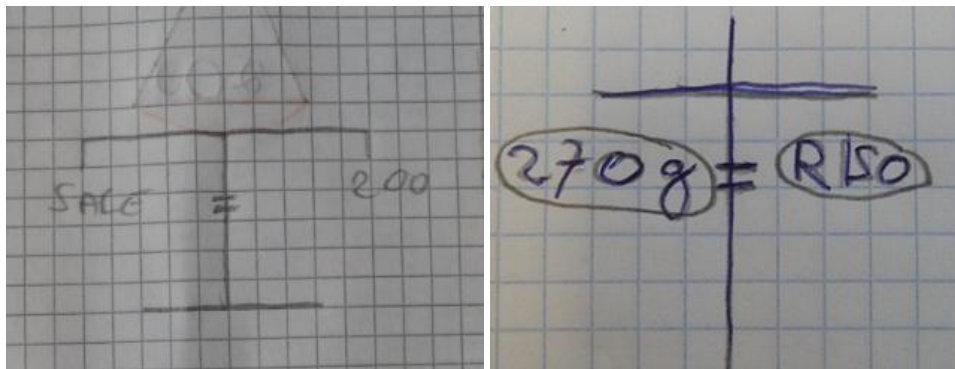
L'ultimo disegno è interessante perché snatura la bilancia realmente utilizzata.

È stato poi chiesto se esisteva un "modo più economico" per rappresentare la situazione:



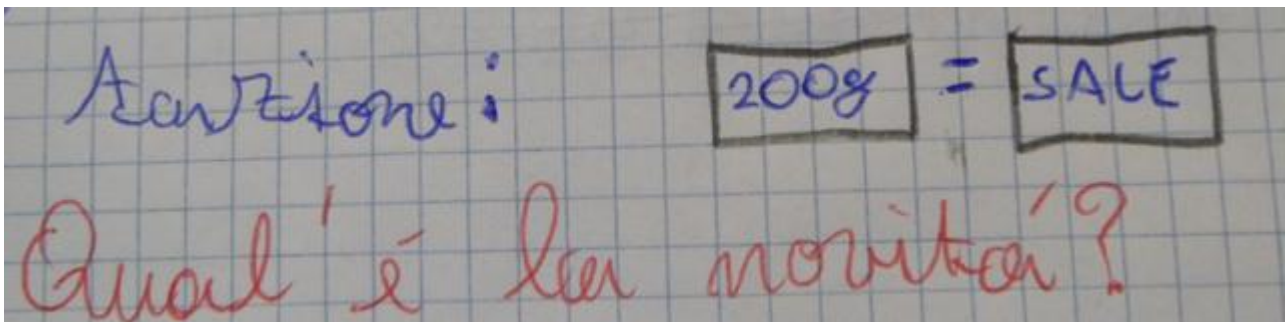
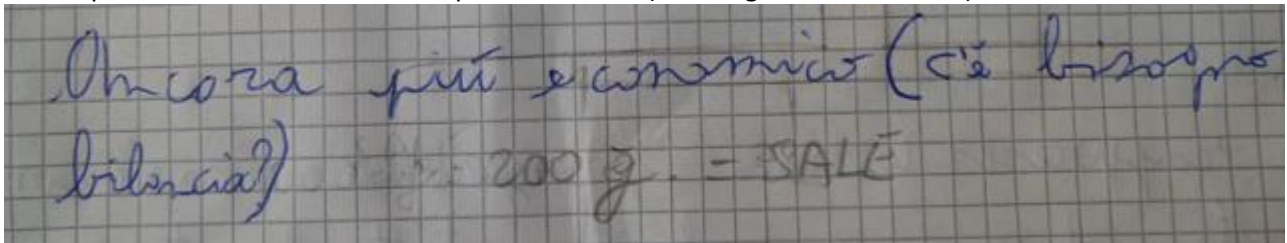
nella prima figura "economia" si è tradotta in un disegno miniaturizzato (qui ingrandito), nella seconda sono spariti i piatti (orpello non necessario).



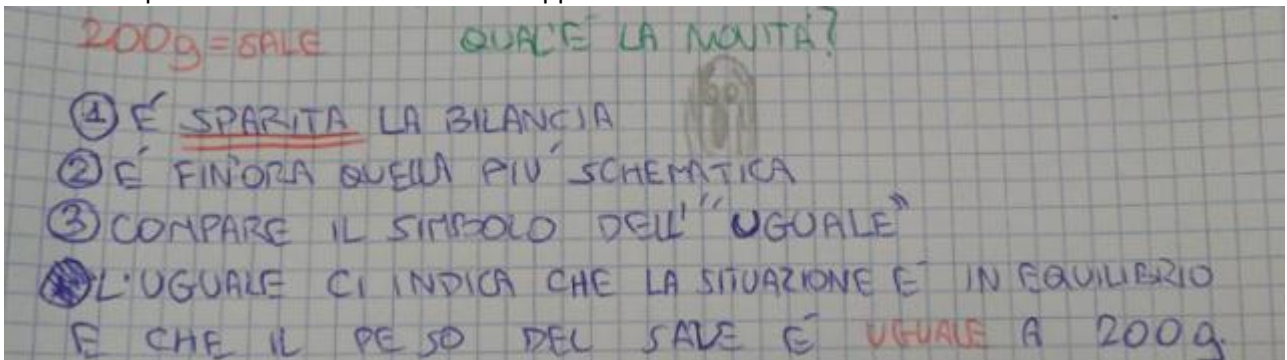


...interessante come la bilancia comincia a sfumarsi e compare un simbolo "nuovo".

Ci si è spinti oltre chiedendo: "ancora più economico! (c'è bisogno della bilancia?)":

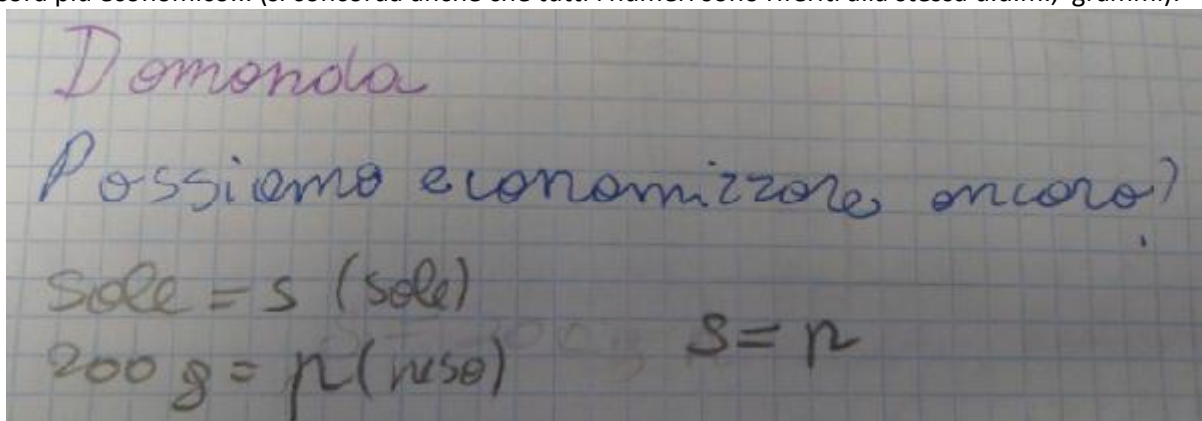


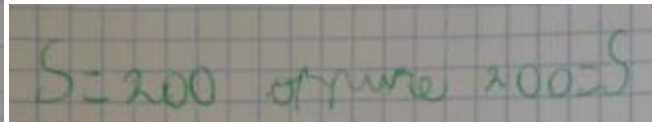
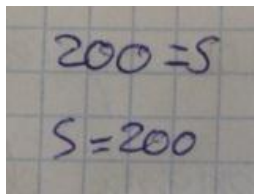
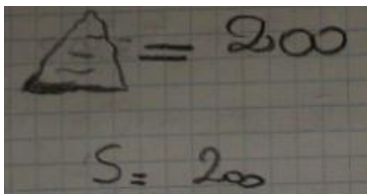
Si è chiesto poi di analizzare le novità nelle rappresentazioni...:



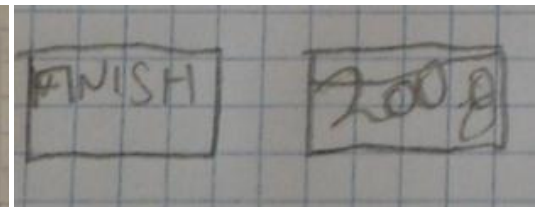
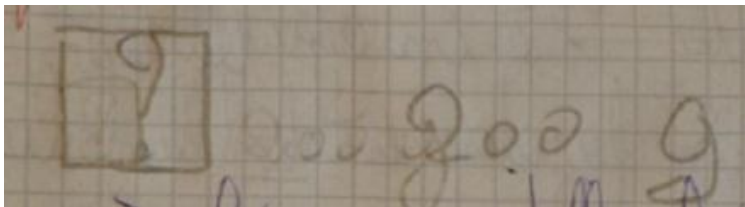
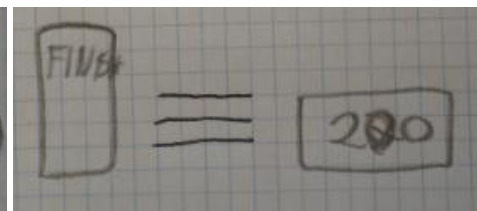
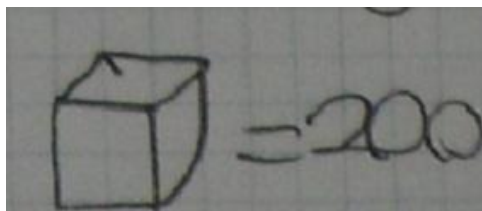
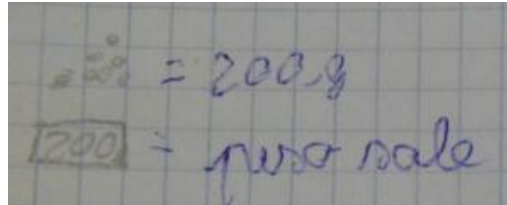
e tutti si accorgono che è comparso il simbolo "=".

Ancora più economico... (si concorda anche che tutti i numeri sono riferiti alla stessa u.d.m., grammi):





particolarmente interessante la doppia lettura (sx-dx, dx-sx) che indica l'equivalenza dei "piatti"  
Non mancano rappresentazioni critiche:



Molto interessante risulta l'analisi dell'evoluzione delle rappresentazioni personali di ogni singolo alunno, nel processo "economizzante":

Rappresentazione  
(ossia simboli...)  
Oggetti rappresentati

Le rappresentazioni di oggetti si mai sono tutte di  
senza mai hanno tutte lo stesso significato. Le differenze  
si diversificano sono:

- le dimensioni
- il tipo di bilancia
- la portabilità
- il tipo di bilancia
- il tipo di bilancia
- il tipo di bilancia
- il tipo di bilancia

zi edon

ziani (crisi di particolari) il 20% ha rappresentato una rappre-  
sentazione interpretativa (non aderente al tipo di bilancia o  
molto stilizzata) Per rappresentare la situazione sia in parte  
di natura matematica (non artistica) possiamo fare economie di  
particolari. L'è un modo ancora più economico?

Stanza più economica (se bisogno della bilancia?)

Qual è la novità? È comparso l' =

sale = 200g    sale = 200


= 200    = 200

al posto di "S" potremmo usare qualunque lettera, infatti  
non sappiamo cosa si intenda nella pratica e non è importante  
è importante l'equilibrio. Molti hanno fatto una stoppata



Rappresentazione Libera del Bilancio (Libera) - simbolica

RAPPRESENTAZIONE LIBERA



Il quadro reale ha rappresentato la prima situazione in modo diverso: un rapporto tra i due elementi, con le parti chiare che sono di "bilancio" in realtà, interpretative, sostanzialmente più precise, più rilevanti. Ma il vero ha rappresentato la situazione con una bilancia diversa da quella standard: il "peso" è "trasparente" al denominatore, mentre l'altra ha preferito una seconda rappresentazione.

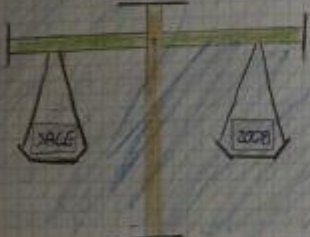
Qual è la novità?  
 Si è aperto la bilancia  
 si è trovata quella più rilevante, con una  
 a comparare il simbolo dell'equale  
 il simbolo è verde, che la situazione è in equilibrio  
 e che il peso del reale è uguale a 100%

Perché è importante avere?

11 = 2000  
 12 = 2000  
 13 = 2000  
 14 = 2000  
 15 = 2000  
 16 = 2000  
 17 = 2000  
 18 = 2000  
 19 = 2000  
 20 = 2000  
 21 = 2000  
 22 = 2000  
 23 = 2000  
 24 = 2000  
 25 = 2000  
 26 = 2000  
 27 = 2000  
 28 = 2000  
 29 = 2000  
 30 = 2000  
 31 = 2000  
 32 = 2000  
 33 = 2000  
 34 = 2000  
 35 = 2000  
 36 = 2000  
 37 = 2000  
 38 = 2000  
 39 = 2000  
 40 = 2000  
 41 = 2000  
 42 = 2000  
 43 = 2000  
 44 = 2000  
 45 = 2000  
 46 = 2000  
 47 = 2000  
 48 = 2000  
 49 = 2000  
 50 = 2000

RAPPRESENTAZIONE LIBERA

ESERCIZIO (100%)



Le rappresentazioni di ognuno di noi sono tutte diverse ma tal-  
 to le sono significate. Le maggiori differenze sono:  
 - la dimensione  
 - i particolari  
 - i colori  
 - **il tipo di bilancia**  
 - **la bilancia**

Il 50% ha eseguito una rappresentazione letteraria (cassa di polveri), il 30% ha eseguito una rappresentazione interpretativa (non essente al tipo di bilancia)

reale o molto rilevante.  
 Rappresentazione la situazione da un punto di vista matematico (non artistico) economico di particolare.  
 È un modo ancora più economico?

$$2708 = 2000$$

Moneta più economica (c'è bisogno della bilancia)

2708 = 2000

Qual è la novità?  
 È sempre il simbolo dell' =

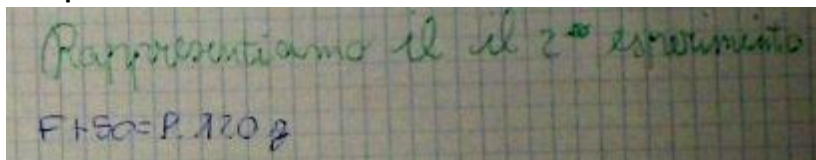
11 = SALE  
 12 = 2000  
 13 = 2000  
 14 = 2000  
 15 = 2000  
 16 = 2000  
 17 = 2000  
 18 = 2000  
 19 = 2000  
 20 = 2000  
 21 = 2000  
 22 = 2000  
 23 = 2000  
 24 = 2000  
 25 = 2000  
 26 = 2000  
 27 = 2000  
 28 = 2000  
 29 = 2000  
 30 = 2000  
 31 = 2000  
 32 = 2000  
 33 = 2000  
 34 = 2000  
 35 = 2000  
 36 = 2000  
 37 = 2000  
 38 = 2000  
 39 = 2000  
 40 = 2000  
 41 = 2000  
 42 = 2000  
 43 = 2000  
 44 = 2000  
 45 = 2000  
 46 = 2000  
 47 = 2000  
 48 = 2000  
 49 = 2000  
 50 = 2000



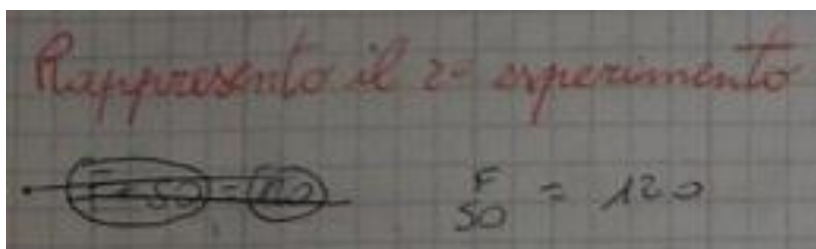
Conquistato il simbolo dell'uguale ed un linguaggio economico/simbolico, si prosegue con la rivisitazione di tutti gli esperimenti svolti, chiedendone la formalizzazione della situazione iniziale (senza l'uso della bilancia né come supporto fisico/visivo, né come rappresentazione iconica) e poi la scrittura del processo risolutivo (sempre in linguaggio formale matematico) evidenziando l'uso dei "principi della bilancia".

**Analisi del processo collettivo di formalizzazione degli esperimenti** (post-proposte personali) rievocando ogni situazione (senza l'uso della bilancia, solamente affidandoci agli appunti presi sul quaderno):

## 2° esperimento

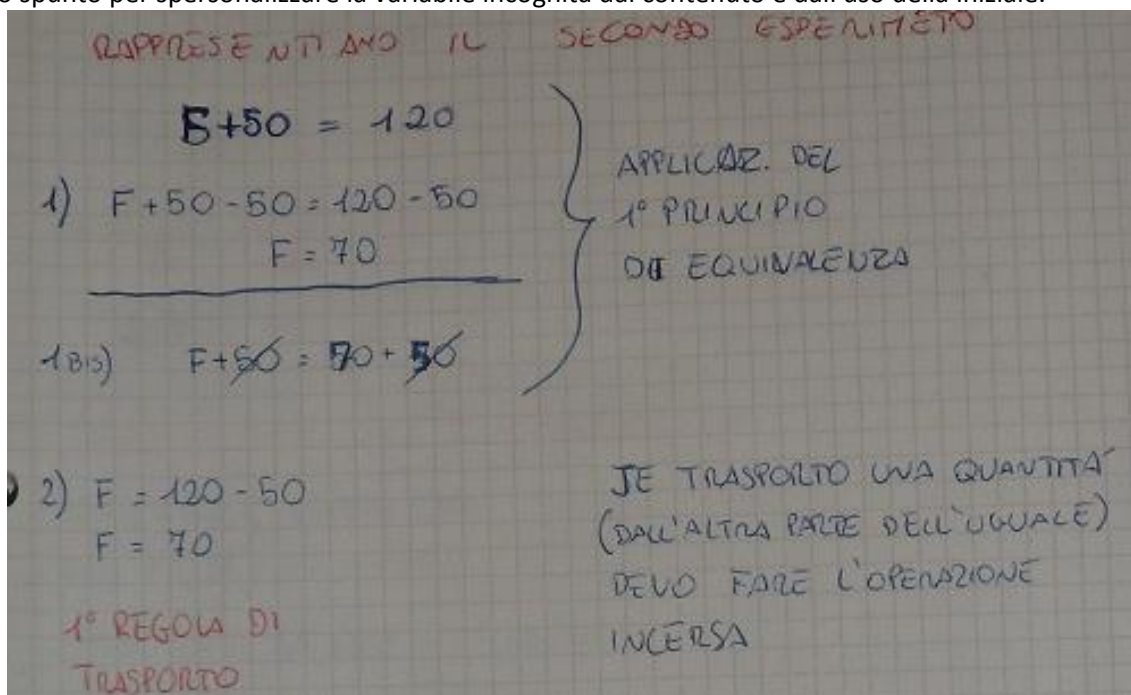


in alcuni casi rimane l'indicazione del "pesetto" da 120 "grammi" (in questo caso, l'esigenza non si avverte al primo membro...)



In questo caso la prima intuizione (corretta) viene cancellata e proposta una scrittura senza relazione tra le parti (che il gruppo boccherà perché simile e in conflitto con la scrittura delle frazioni)

Il gruppo sceglie  $F + 50 = 120$  anche se qualcuno inizialmente usa ancora la lettera "S": ottimo spunto per personalizzare la variabile incognita dal contenuto e dall'uso della iniziale.



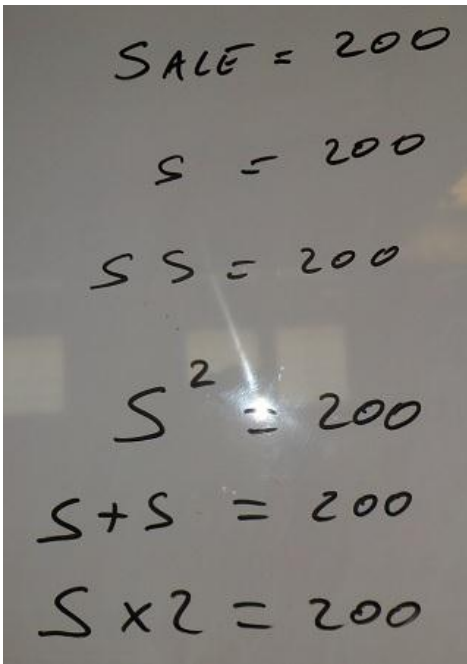
Gli alunni applicano in due modi diversi il primo principio di equivalenza (in questa sede è stato chiarito che i "principi della bilancia" in realtà si chiamano "principi di equivalenza" e che la bilancia ormai è un ricordo):

**1)** "togliere la stessa quantità" è interpretata come operazione matematica: ovvero la differenza  
**1bis)** "togliere la stessa quantità" è vista, in modo più sensoriale, come azione pratica (fedele all'esperimento fatto con gli alunni) che implica di eliminare fisicamente la scatole dai piatti (qui è d'obbligo la rappresentazione non canonica del numero 120)

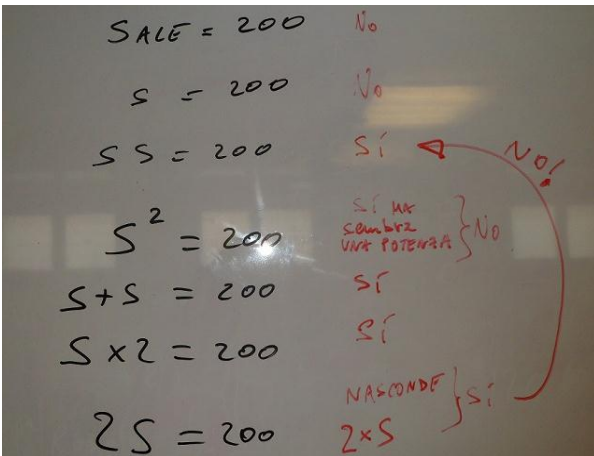
**2)** Gli alunni propongono che anziché fare le stesse operazioni in entrambi i membri, si può fare direttamente una sola operazione a patto di togliere un termine nel primo membro e scriverlo nel secondo con l'"operazione inversa" rispetto a quella che lo legava all'altro termine del primo membro: gli alunni autonomamente scoprono la "prima regola di trasporto"!

### 3° esperimento

Proposte degli alunni (raccolte alla lavagna):

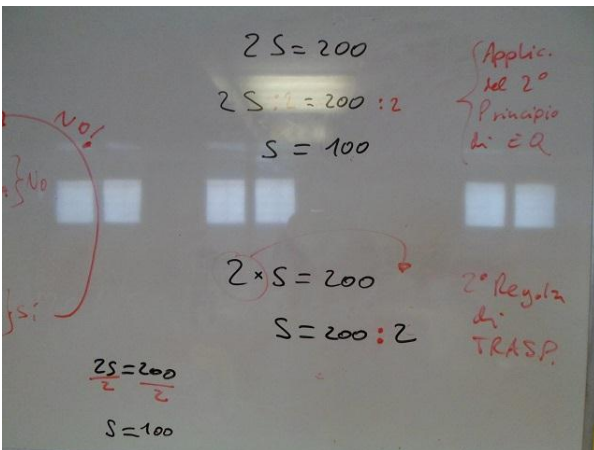
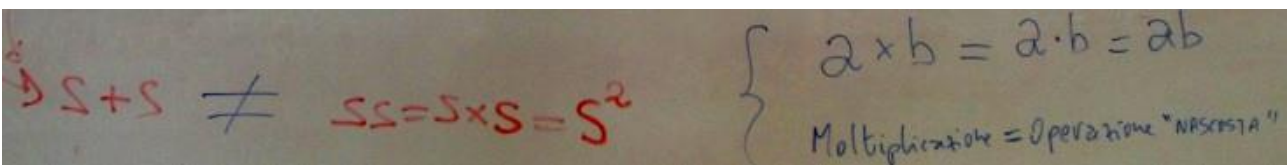


- gli alunni non propongono, come da contratto didattico, l'unità di misura (in tutte le esperienze i pesetti erano in grammi)
- permane, sebbene in modo sporadico, ancora l'uso della parola "sale" e non una lettera rappresentativa
- chi utilizza la lettera sceglie l'iniziale
- i primi due approcci indicano che "Il sale" pesa 200g (rispecchia la situazione iniziale, ma rendono opaco il fatto che vi erano due pacchi di sale e la richiesta era di individuare il peso di ogni singolo pacco)
- una scrittura accosta le due "S" (come erano accostate le due scatole); non vi è nessuna indicazione della relazione binaria tra le due scatole (e non conoscono che l'operazione implicita è la moltiplicazione: verrà affrontato in questa sede)
- l'idea di indicare il numero delle scatole è un buon tentativo di generalizzare il caso (in un futuro prossimo ben sostituibile con "n" = numero delle scatole), ma la posizione all'apice è in conflitto con la notazione esponenziale (dimenticandosi delle potenze...)
- le ultime due scritture, corrette, indicano filosofie di pensiero differenti: una additiva, l'altra moltiplicativa.



Con la classe si discutono i casi mettendo "sì" o "no" in base alle decisioni del gruppo: decisioni che verranno anche cambiate nel corso delle discussioni successive (e del chiarimento della operazione implicita della moltiplicazione, ove poi comparirà anche un altro modo di descrivere la situazione che descrive l'esperimento3)

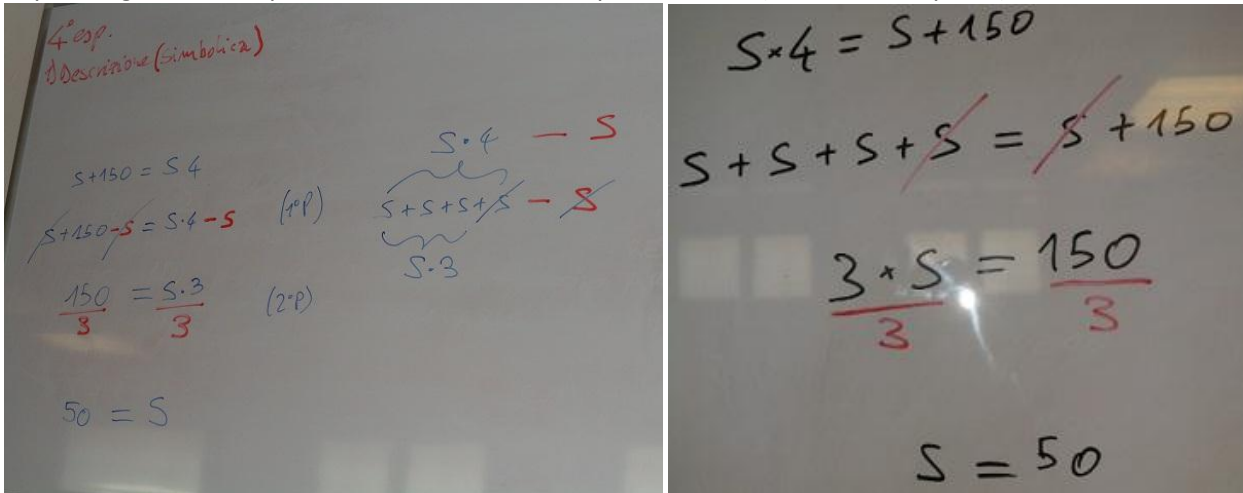
anche nel secondo gruppo si arriva a medesime considerazioni...



Come nella rivisitazione formale dell'esperimento 2, anche in questo caso non solo si applica e si trascrive il secondo principio, ma si scopre anche la seconda regola di trasporto.

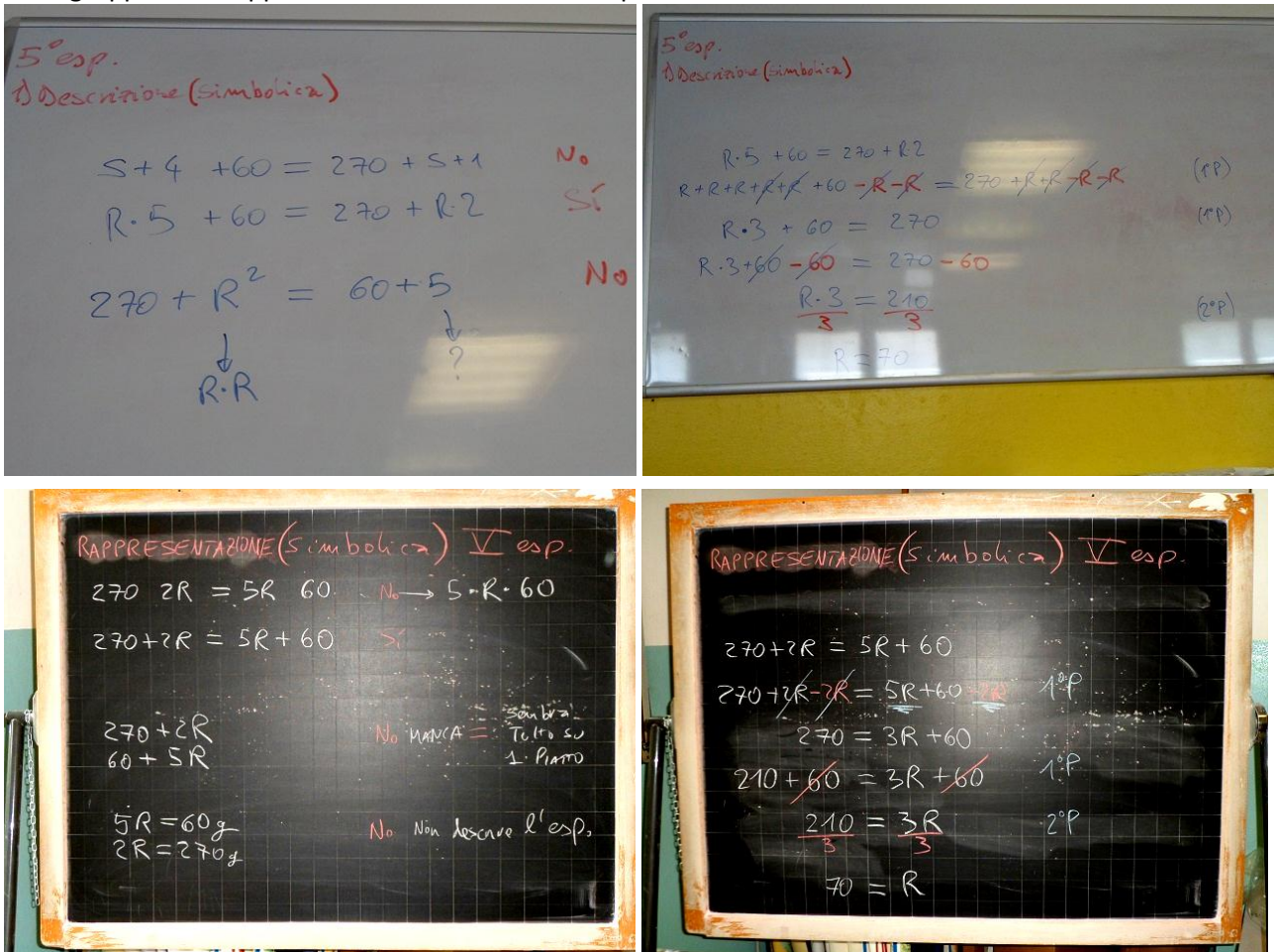
#### 4° esperimento

Capito il "gioco" tutto procede linearmente e semplicemente... (non senza sorprese)



#### 5° esperimento

I due gruppi hanno approcci inizialmente diversi ma poi simili nella condivisione e risoluzione:





## Problemi

Come verifica dell'intervento si pongono agli alunni situazioni problematiche nuove chiedendo di descrivere formalmente il problema e risolverlo utilizzando i principi di equivalenza (o le regole di trasporto).

I problemi vengono posti verbalmente senza l'uso di alcun mediatore didattico (nemmeno della bilancia).

Su un piatto ci sono un pacchetto di caramelle e un peso di 30 grammi. Sull'altro c'è un peso di 110 grammi. Rappresenta la situazione in modo da trovare il peso del pacchetto.

**Problema n°1**  
Su un piatto ci sono 1 pacchetto di caramelle e un peso di 30 g. Sull'altro c'è un peso di 110 g. Rappresenta la situazione in modo da trovare il peso del pacchetto.

1° La bilancia è in equilibrio  
 $30 + C = 110$

2° Anchio il 1° principio della bilancia  
 $30 + C - 30 = 110 - 30$

3° La bilancia è in equilibrio  
 $C = 80$

4° Il pacchetto di caramelle pesa 80 g.

**PROBLEMA 1.**  
Su un piatto ci sono ~~un~~ <sup>1</sup> PACCHETTO DI CARAMELLE E UN PESO DI 30g. SULL'ALTRO C'È UN PESO DI 110 g. RAPPRESENTA LA SITUAZIONE IN MODO DA TROVARE IL PESO DI 1 PACCHETTO.

$1C + 30g = 110$

$1C + \cancel{30} - \cancel{30} = 110 - 30$       1° P

$1C = 80$

**Problema 1**  
Su un piatto ci sono un pacchetto di caramelle e un peso di 30g. Sull'altro c'è un peso di 110g. Rappresenta la situazione in modo da trovare il peso del pacchetto.

**Descrizione simbolica**  
SITUAZIONE =  $C + 30 = 110$   
X TROVARE LE  $C = 110 - 30 = 80 = \text{CARAMELLE}$

La revisione collettiva ha permesso di mettere in evidenza alcune scritture non corrette (o migliorabili) e tre diversi processi risolutivi:

P. 26.5

### PROBLEMA 1

Su un piatto ci sono 1 pacchetto di caramelle e un peso da 30g, sull'altro c'è un peso da 110g.

Rappresenta la situazione in modo da trovare il peso del pacchetto.

$1C + 30 = 110$  SI P: un pacchetto di caramelle (non una caramella) SI  
 $1P + 30 = 110$  SI P: un pacchetto SI  
 $1PC + 30 = 110$  } PC = pacchetto caramelle SI @ (meglio usare 1 lettera) NO  
 $1SC + 30 = 110$  } SC = pacchetto S-C ?  
 $1^a P = 1C + 30$  } manca l'equivalente NO  
 $2^a P = 110$  } tra 2 piatti

---

### RISOLUZIONE

A)

$$1P + 30 = 110 \quad 1P = 1P = P$$

$$P + 30 - 30 = 110 - 30 \quad 1P$$

$$P = 80$$


---

B)

$$P + 30 = 80 + 30$$

$$P = 80$$


---

C)

$$P + 30 = 110$$

$$P = 110 - 30$$

$$P = 80$$



Su un piatto ci sono due scatole di tonno, una confezione di spaghetti e un peso di 200 grammi. Sull'altro una confezione di spaghetti, una scatola di tonno e 350 grammi. Rappresenta la situazione in modo da trovare il peso di una scatola di tonno

**Problema 2**  
 Su un piatto ci sono 2 scatole di tonno, una confezione di spaghetti e un peso da 200g. Sull'altro una confezione di spaghetti e una scatola di tonno e 350 g. *(il peso di)*  
 Rappresenta la situazione trovando una scatola di tonno

**Rappresentazione**

$$2T + S + 200 = T + S + 350$$

**Risoluzione**

$$2T + S + 200 - S = T + S + 350 - S$$
~~$$2T + 200 = T + 350$$~~

$$T + 200 = 150 + 200$$
~~$$T + 200 - 200 = 150 + 200 - 200$$~~

$$T = 150$$

**Problema 2**  
 Su un piatto ci sono 2 scatole di tonno, 1 confezione di spaghetti e 1 peso di 200g. Sull'altro 1 confezione di spaghetti e 350g. Rappresenta la situazione in modo da trovare il peso di una scatola di tonno.

$$2T + S + 200 = S + T + 350$$

(A)

$$2T + S + 200 = S + T + 350$$

$$T + T + 200 = T + 350$$

$$T + 200 = 150 + 200$$

$$T = 150$$



## Conclusioni

L'esperienza ha visto la concertazione delle varie componenti: insegnanti della scuola primaria, secondaria di primo grado.

L'esperienza ha visto l'adesione attiva e costruttiva di tutti i ragazzi che hanno partecipato a livelli alti, in modo naturale e senza forzature, lavorando sull'argomentazione, sulla discussione e sulla ricerca individuale e collettiva della soluzione dei problemi.

L'attività ha coinvolto gli alunni in situazioni apparentemente banali ma con risoluzioni metodologiche generalizzabili a tutti i contesti.

L'approccio sperimentale, non perfetto inizialmente (in linguaggio "sporco"), ma modificato e aggiustato lungo il percorso, il linguaggio snello, pulito, economico che offre la matematica e l'analisi puntuale di ogni "azione" matematica con e senza numeri, hanno rappresentato un'occasione preziosa di riflessione e di lavoro per tutti i ragazzi.

L'attività con la bilancia ha permesso agli alunni di pervenire alla scoperta del principio fondamentale e dei due principi di equivalenza giungendo alla scoperta/utilizzo più razionale delle lettere in matematica, dell'equazioni e di risolvere nuovi problemi.

I ragazzi hanno utilizzato la bilancia solo nella prima fase del lavoro per capirne il funzionamento, ma ben presto sono giunti alla soluzione dell'equazione anche senza il supporto iconico.

In modo spontaneo tutti gli alunni hanno dimostrato di comprendere in che modo semplificare un'equazione eliminando nel modo opportuno la stessa lettera o una stessa "quantità" nei due piatti della bilancia.

Sono state presentate prima situazioni problematiche da risolvere in gruppo/coppia al posto e alla lavagna con l'uso della bilancia; poi si sono presentate situazioni nuove, per capire il funzionamento dell'equazione e non hanno avuto difficoltà a ragionare senza la bilancia materiale, senza e il supporto iconico, risolvendo i problemi nuovi con competenza.

## VERIFICA

La verifica del progetto può essere articolata in modo dinamico analizzando diversi aspetti.

- In itinere: l'elevata motivazione, partecipazione (rif. foto e filmati a disposizione) e il buon lavoro collaborativo peer to peer tra gli alunni e con l'insegnante facilitatore, oltre alle produzioni sui quaderni di lavoro permettono di verificare in modo diagnostico lo svolgimento del progetto stesso

- fine attività: le ultime attività proposte agli alunni permettono di verificare le conoscenze ed abilità acquisite, misurando anche la competenza di confrontarsi con situazioni nuove.

-extra progetto: gli alunni trasportano questa esperienza fatta a piccolo gruppo (il progetto si basa sulle eccellenze delle quinte classi) in classe (in un ambiente fisico/mentale diverso) quindi ulteriore verifica è l'approccio alla didattica tradizionale curricolare.

Buona metariflessione...

*Castelfranco Emilia, giugno 2014*

*Stefano Barbieri*